

Matematična analiza - 2. izpit

27. 6. 2023

Vsi odgovori morajo biti utemeljeni in pot do rešitve naj bo jasna. Vse naloge so enakovredne.

1. V območje omejeno s krivuljo $y = 8x - 2x^2$ ter ordinatno osjo včrtamo pravokotnik tako, da ena stranica leži na abscisni osi. Poiščite tistega izmed takih pravokotnikov, ki ima največjo ploščino. Zapišite koordinate vseh štirih oglišč ter ploščino tega pravokotnika.

(Namig: pomagajte si s simetrijo dane krivulje.)

2. Podana je funkcija s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} 2 \arctan(x) + a; & x < 0, \\ bx + c; & 0 \leq x < 1, \\ x^2; & x \geq 1. \end{cases}$$

Določite vrednosti parametrov $a, b, c \in \mathbb{R}$, da bo funkcija zvezno odvedljiva. Pri dobljenih parametrih tudi zapišite odvod funkcije.

(Namig: pri $x = 0$ in $x = 1$ izračunajte levi in desni odvod po definiciji.)

3. (a) Izračunajte nedoločeni integral

$$\int \frac{9x}{x^3 - 3x + 2} dx.$$

- (b) Izračunajte določeni integral

$$\int_0^3 \arctan \sqrt{x} dx.$$

4. Funkcijo

$$f(x) = \frac{2}{2 + 2x - x^2}$$

razvijte v Taylorjevo vrsto okoli točke $a = 1$. Zapišite predpis za koeficiente a_m , ki pripadajo potencam $(x - 1)^m$, $m \geq 0$, v Taylorjevem razvoju. Določite vrednosti $f^{(2022)}(1)$ in $f^{(2023)}(1)$.