

Matematična analiza - 1. izpit

13. 6. 2023

Vsi odgovori morajo biti utemeljeni in pot do rešitve naj bo jasna. Vse naloge so enakovredne.

1. Dana je funkcija $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+2}}$.
 - (a) Poiščite ničle in pole funkcije f , zapišite njeno definicijsko območje in raziščite obnašanje funkcije na robovih območja.
 - (b) Poiščite intervale naraščanja in padanja ter stacionarne točke funkcije f . Stacionarne točke tudi klasificirajte.
 - (c) Poiščite intervale konveksnosti in konkavnosti ter prevoje funkcije f .
 - (d) Čimbolj natančno skicirajte graf funkcije f s pomočjo prejšnjih točk.
2. V omejeno območje, ki ga omejujejo krivulja $y - x^3 + 1 = 0$ ter koordinatni osi, želimo včrtati trikotnik tako, da bo imel osnovnico vzporedno z x-osjo, vrh pa bo ležal na x-osi. Med takimi trikotniki poiščite tistega z največjo ploščino, ter to ploščino izračunajte.

3. (a) Izračunajte

$$\int \frac{1}{(1-s)\sqrt{s}} ds.$$

(Namig: nova spremenljivka).

- (b) Izračunajte

$$\int \frac{x \cos x}{\sin^2 x} dx.$$

(Namig: na primernem mestu si pomagajte s točko a)).

4. Funkcijo

$$f(x) = \frac{xe^{2x^3}}{2}$$

razvijte v Taylorjevo vrsto okoli točke 0. Zapišite predpis za koeficiente a_m , ki pripadajo potencam x^m , $m \geq 0$, v Taylorjevem razvoju. Določite vrednosti $f^{(2022)}(0)$ in $f^{(2023)}(0)$.