

## Matematična analiza - 3. izpit

16. 8. 2023

*Vsi odgovori morajo biti utemeljeni in pot do rešitve naj bo jasna.*

1. [25T] Dana je funkcija  $f(x) = \frac{-2x-6}{\sqrt{x^2+1}}$ .
  - (a) Poiščite ničle in pole funkcije  $f$ , zapišite njeno definicijsko območje in raziščite obnašanje funkcije na robovih območja.
  - (b) Poiščite intervale naraščanja in padanja ter stacionarne točke funkcije  $f$ . Stacionarne točke tudi klasificirajte.
  - (c) Poiščite intervale konveksnosti in konkavnosti ter prevoje funkcije  $f$ .
  - (d) Čimbolj natančno skicirajte graf funkcije  $f$  s pomočjo prejšnjih točk.

2. [25T] Stražna stolpa v taboru sta visoka 20m in 30m ter stojita 50m narazen. Na stolpa želimo napeljati elektriko tako, da vrhova obeh stolpov z žico povežemo s skupnim prsto-stoječim generatorjem, ki stoji na tleh med stolpoma. Kje naj bo postavljen generator, da bomo pri tem porabili najmanj žice? Koliko žice porabimo pri tej postavitvi?

3. (a) [20T] Izračunajte nedoločeni integral

$$\int \ln(x^2 + 2x - 3) dx.$$

- (b) [10T] Izračunajte ploščino med grafom funkcije  $f(x) = e^{\sqrt{x}}$  in  $x$ -osjo nad intervalom  $x \in [0, 4]$ . (Namig: nova spremenljivka.)

4. [20T] Funkcijo

$$f(x) = \frac{2}{3}e^{3x^2-12x+12}$$

razvijte v Taylorjevo vrsto okoli točke  $a = 2$ . Zapišite predpis za koeficiente  $a_m$ , ki pripadajo potencam  $(x - 2)^m$ ,  $m \geq 0$ , v Taylorjevem razvoju. Določite vrednosti  $f^{(2022)}(2)$  in  $f^{(2023)}(2)$ .