

ELEMENTARNA GEOMETRIJA
Pedagoška fakulteta Univerze v Ljubljani

IZPIT
20. 6. 2019

1. V neki geometriji so **točke** vse točke ravnine \mathbb{R}^2 , **premise** pa so vsi enakostranični trikotniki v ravnini \mathbb{R}^2 . Točka A **leži na** premici \mathcal{T} , če je A oglišče enakostraničnega trikotnika \mathcal{T} .
 - (a) Koliko skupnih točk imata lahko dve različni premici dane geometrije?
 - (b) Za vsakega od aksiomov incidenčne geometrije utemeljite, ali mu dana geometrija ustreza ali ne.
 - (c) Ugotovite, kateremu od postulatov vzporednosti ta geometrija ustreza.
2.
 - (a) Zapišite aksiom ravnila ravninske geometrije.
 - (b) V evklidski geometriji dokažite trditev: Za poljuben kot $\angle BAC$ obstajata natanko določeni točki $B' \in \overrightarrow{AB}$ in $C' \in \overrightarrow{AC}$, za kateri velja $AB = AC'$ in $AB' = AC$. Poleg tega je štirikotnik $\square B'CC'B$ enakokraki trapez.
3. V evklidski geometriji je dana krožnica $\gamma = \mathcal{K}(S, r)$ s polmerom $r = 3$ in točka A , za katero je $AS = 5$. Tangenta na krožnico γ , ki vsebuje točko A , se dotika γ v točki B . Označimo $\overleftrightarrow{BS} \cap \gamma = \{B, D\}$ in $\overleftrightarrow{AD} \cap \gamma = \{C, D\}$.
 - (a) Izračunajte dolžino daljice \overline{AB} in ploščino trikotnika $\triangle BAD$.
 - (b) Izračunajte dolžino daljic \overline{AD} in \overline{CD} .
 - (c) Izračunajte dolžino daljice \overline{BC} in ploščino trikotnika $\triangle BCD$.Vse izračune natančno razložite in utemeljite z znanimi izreki oziroma aksiomi.
4. V evklidski geometriji naj bodo $D \in \overleftrightarrow{AB}$, $E \in \overleftrightarrow{BC}$ ter $F \in \overleftrightarrow{AC}$ Menelajeve točke trikotnika $\triangle ABC$. Naj bo f poljubna izometrija evklidske ravnine.
 - (a) Dokažite, da sta $\triangle ABC$ in $\triangle f(A)f(B)f(C)$ skladna trikotnika.
 - (b) Dokažite, da so točke D, E in F kolinearne natanko tedaj, ko so točke $f(D), f(E)$ in $f(F)$ kolinearne.

Vse odgovore natančno utemeljite. Vsaka od nalog je vredna 10 točk.