

ELEMENTARNA GEOMETRIJA
Pedagoška fakulteta Univerze v Ljubljani

IZPIT
4. 7. 2019

1. V neki geometriji so **točke** elementi množice $\{(a, b) \in \mathbb{R}^2 \mid a \in \mathbb{Z} \text{ in } b \in \mathbb{Z}\}$; to so torej vse točke ravnine \mathbb{R}^2 , katerih obe koordinati sta celi števili. **Premice** te geometrije so vse premice v \mathbb{R}^2 oblike $x = a$ ali $y = a$ za poljubno celo število $a \in \mathbb{Z}$. Točka A **leži na** premici p , če je A element p .
 - (a) Natančno zapišite vse tri aksiome incidenčne geometrije.
 - (b) Za vsakega od aksiomov incidenčne geometrije utemeljite, ali mu dana geometrija ustreza ali ne.
 - (c) Ugotovite, kateremu od postulatov vzporednosti ta geometrija ustreza.
2.
 - (a) Zapišite aksiom o kotomeru ravninske geometrije.
 - (b) V ravninski geometriji imejmo nekolinearne točke A , B in C ter točko D , za katero velja $A * B * D$. Dokažite: če je $AB = BC$ in $AD = DC$, potem je $B = D$.
3. V evklidski geometriji sta dani krožnici $\gamma_1 = \mathcal{K}(S_1, r_1)$ in $\gamma_2 = \mathcal{K}(S_2, r_2)$, za kateri velja $r_1 = 6$, $r_2 = 3$ in $S_1 S_2 = 15$. Točka $A \in \overline{S_1 S_2}$ je presečišče premic p in q , ki sta obe hkrati tangentni na γ_1 in γ_2 . Označimo $p \cap \gamma_1 = \{B\}$, $p \cap \gamma_2 = \{C\}$, $q \cap \gamma_1 = \{D\}$ in $q \cap \gamma_2 = \{E\}$.
 - (a) Izračunajte dolžino daljic \overline{AB} in \overline{AC} .
 - (b) Izračunajte ploščino trikotnikov $\triangle AS_1 B$ in $\triangle AS_2 C$.
 - (c) Dokažite, da je štirikotnik $\square DBEC$ enakokraki trapez.Vse izračune natančno razložite in utemeljite z znanimi izreki.
4. V evklidski geometriji naj bo $\triangle ABC$ poljuben trikotnik. Naj bo T_{AB} translacija od A do B in označimo $T_{AB}(B) = B'$ ter $T_{AB}(C) = C'$.
 - (a) Dokažite, da je štirikotnik $\square AB'C'C$ trapez.
 - (b) Izračunajte razmerje ploščin trikotnika $\triangle ABC$ in trapeza $\square AB'C'C$.
 - (c) Zapišite izrek o klasifikaciji evklidskih izometrij.

Vse odgovore natančno utemeljite. Vsaka od nalog je vredna 10 točk.