

ELEMENTARNA GEOMETRIJA
Pedagoška fakulteta Univerze v Ljubljani

1. KOLOKVIJ

12. 4. 2019

1. (a) V incidenčni geometriji dokažite trditev: *Če sta A in B dve različni točki, potem obstajata različni premici p in q , tako da A leži na premici p ter B leži na premici q .*
(b) Neka geometrija ima 6 točk A, B, C, D, E in F . Premice te geometrije so množice $\{A, B, C\}$, $\{C, D, E\}$, $\{A, E, F\}$ in $\{B, D, F\}$, ležati na pa pomeni biti element. Katere premice moramo tej geometriji dodati, da bo ustrezala vsem incidenčnim aksiomom? Odgovor natančno utemeljite.
2. (a) Zapišite A5 (aksiom o kotomeru) ravninske geometrije.
(b) Z uporabo aksioma A5 dokažite, da v ravninski geometriji obstaja neskončno mnogo premic.
(c) Dokažite, da je notranjost poljubnega kota konveksna množica.
3. V evklidski geometriji je dan trikotnik $\triangle ABC$. Točka D leži na stranici \overline{AC} .
(a) Dokažite, da obstaja natanko ena točka F , za katero je štirikotnik $\square ABFD$ paralelogram.
(b) Označimo z E presečišče stranice \overline{BC} z daljico \overline{DF} . Dokažite, da sta trikotnika $\triangle DEC$ in $\triangle FEB$ podobna.
(c) Dokažite, da velja $AB \cdot BE = BC \cdot EF$.
4. V evklidski geometriji je dana krožnica $\gamma_1 = \mathcal{K}(S, R)$. Naj bosta $A, B \in \gamma_1$ diametralni točki krožnice γ_1 in naj bo $\gamma_2 = \mathcal{K}(B, r)$ krožnica s središčem v B , kjer je $r < R$. Označimo $\gamma_1 \cap \gamma_2 = \{C, D\}$ in $\overline{AB} \cap \overline{CD} = \{E\}$.
(a) Dokažite, da je premica \overleftrightarrow{AC} tangentna na krožnico γ_2 v točki C .
(b) Izrazite dolžino daljice \overline{AC} s polmeroma R in r .
(c) Dokažite, da sta $\triangle ABC$ in $\triangle CBE$ podobna trikotnika.
(d) Izrazite dolžino daljice \overline{CD} s polmeroma R in r .

Vse odgovore natančno utemeljite. Vsaka od nalog je vredna 10 točk.