

ELEMENTARNA GEOMETRIJA
Pedagoška fakulteta Univerze v Ljubljani

IZPIT
28. 8. 2019

1. Naj bo n poljubno naravno število, ki je večje ali enako 3. Incidenčna geometrija A_n vsebuje $2n$ točk. Dve premici te geometrije sta vzporedni in vsaka od njiju vsebuje n točk. Odgovorite na naslednja vprašanja:
 - (a) Natančno predstavite geometrijo A_3 . Naštejte točke in premice te geometrije ter utemeljite veljavnost vseh incidenčnih aksiomov.
 - (b) Koliko premic vsebuje incidenčna geometrija A_n za poljubno naravno število $n \geq 3$?
 - (c) Ali geometrija A_n ustreza kateremu od znanih postulatov vzporednosti?
2. V evklidski geometriji je dana krožnica $\gamma = \mathcal{K}(S, r)$ s polmerom $r = 2$. Naj bo p premica, ki je tangentna na γ v točki F . Označimo $\gamma \cap \overleftrightarrow{FS} = \{C, F\}$. Naj bosta $A, B \in p$ točki, za kateri velja $A * F * B$. Označimo $\overline{AC} \cap \gamma = \{C, E\}$ ter $\overline{BC} \cap \gamma = \{C, D\}$. Naj bo $AC = 5$ in $BC = 8$.
 - (a) Dokazite, da velja $\triangle AFE \sim \triangle ACF$ ter $\triangle BFD \sim \triangle BCF$.
 - (b) Izračunajte ploščino trikotnika $\triangle ABC$.
 - (c) Izračunajte ploščino trikotnika $\triangle AFE$.Vse odgovore natančno utemeljite z znanimi izreki.
3. V evklidski geometriji je dana krožnica \mathcal{K} in točka A , ki leži znotraj kroga, ki ga \mathcal{K} omejuje. Središče krožnice \mathcal{K} ni dano. Natančno opišite konstrukcijo tiste tetive krožnice \mathcal{K} , katere razpolovišče je točka A . Odgovor natančno utemeljite.
4. V evklidski geometriji naj bo $\triangle ABC$ trikotnik, za katerega velja $\mu(\angle BAC) = 60^\circ$ in $\mu(\angle ABC) = 30^\circ$. Rotacija R_{CAB} oglišča trikotnika preslika takole: $R_{CAB}(A) = A$, $R_{CAB}(B) = B'$ in $R_{CAB}(C) = C'$.
 - (a) Dokazite, da je $\triangle AB'B$ enakostranični trikotnik.
 - (b) Izračunajte ploščino štirikotnika $\square AB'BC$, če je $AB = 4$. Izračun natančno utemeljite in opremite z ustrezno skico.
 - (c) Dokazite, da poljubna izometrija evklidske ravnine ohranja kote.

Vse odgovore natančno utemeljite. Vsaka od nalog je vredna 10 točk.