

ELEMENTARNA GEOMETRIJA
Pedagoška fakulteta Univerze v Ljubljani

2. KOLOKVIJ

7. 6. 2019

1. (a) Zapišite Menelajev izrek in ga razložite s pomočjo skice.
(b) Dan je trikotnik $\triangle ABC$. Naj bodo $D \in \overline{AB}$, $E \in \overline{BC}$ ter $F \in \overleftrightarrow{AC}$ točke, za katere velja $A * C * F$ in $\triangle AFD \sim \triangle EBD \sim \triangle EFC$. Dokazite, da so tedaj točke D , E in F kolinearne.

2. V evklidski geometriji označimo s F nožišče višine na nosilko stranice \overline{AB} trikotnika $\triangle ABC$. Naj bosta $D \in \overline{BC}$ in $E \in \overline{AC}$ točki, za kateri je štirikotnik $\square ABDE$ trapez.
(a) Dokazite, da sta $\triangle ABC$ in $\triangle EDC$ podobna trikotnika.
(b) Izračunajte dolžini daljic \overline{BC} in \overline{ED} , če velja $AB = 8$, $AC = 10$, $FC = 5\sqrt{3}$ in $CD = \sqrt{21}$.
(c) Izračunajte ploščino trapeza $\square ABDE$.
Vse izračune natančno utemeljite.

3. (a) Dokazite, da je vsak enakokraki trapez tetivni štirikotnik (to pomeni, da ima očrtano krožnico).
(b) Dan je trikotnik $\triangle ABC$, za katerega velja $BC < AC$. Natančno opišite potek konstrukcije točke D , za katero bo štirikotnik $\square ABCD$ enakokraki trapez z osnovnicama \overline{AB} in \overline{CD} . Konstrukcijo jasno utemeljite.

4. (a) Naj bosta p in q premici, ki se sekata v točki S . Naj bo $f = Z_q \circ Z_p$ preslikava, ki je kompozitum zrcaljenja preko premice p in zrcaljenja preko premice q . Dokazite, da za poljubno točko $A \neq S$ velja, da A in $f(A)$ ležita na isti krožnici s središčem v točki S .
(b) Poiščite vse izometrije evklidske ravnine, ki ohranjajo dani pravokotnik $\square ABCD$. Odgovor natančno utemeljite.

Vse odgovore natančno utemeljite. Vsaka od nalog je vredna 10 točk.