

VERJETNOSTNI RAČUN IN STATISTIKA

VAJE 4

Ponovitev pojmov: geometrijska verjetnost, popolna verjetnost, Bayesov izrek.

1. Palico prelomimo na tri kose. Kolikšna je verjetnost, da je iz dobljenih kosov mogoče sestaviti trikotnik?
2. Vržeš dva poštena kovanca, velikega in majhnega. Označimo dogodke: A =mali je grb, B =veliki je cifra, C =pade 1 cifra in 1 grb. Dokaži, da so A, B, C paroma neodvisni, a niso povsem neodvisni.
3. Kralj od snubca princese zahteva, da 4 bele in 4 črne kroglice razporedi v dve škatli. Princesa bo izbrala naključno škatlo in iz nje naključno kroglico. Če je bela, se poročita, če je črna, pa fanta obglavijo. Snubec je najprej obupan, potem pa ugotovi, da njegove možnosti niti niso tako slabe. Kako naj razporedi kroglice?
4. Igramo naslednjo igro. Najprej vržemo pošteno kocko, nato pa hkrati vržemo toliko kovancev, kot je padlo pik na kocki. Pri tem je verjetnost grba na posameznem kovancu enaka p , verjetnost cifre pa $q = 1 - p$. Označimo z A dogodek, da sta padla natanko dva grba, in z B_i dogodke, da je padlo natanko i pik na kocki.
 - a) Zapišite izraz za verjetnost dogodka A (izraženo s p in q).
 - b) Izračunajte pogojno verjetnost $P(B_4 | A)$, če je $p = 1/2$.
5. Neki poskus ima natanko 4 možne izide a, b, c in d . Denimo, da velja:
 - Verjetnost dogodka $\{d\}$ je enaka tretjini vrednosti nasprotnega dogodka.
 - Verjetnost dogodka $\{a\}$ je enaka dvakratniku verjetnosti dogodka $\{b\}$.
 - Pogojna verjetnost $P(\{d\} | \{b, c, d\})$ je enaka $\frac{3}{8}$.

Izračunajte verjetnosti izidov a, b, c in d ter odgovore utemeljite.

6. Statistika poštnega predala kaže, da je 70% vse vaše e-pošte nezaželjene (spam). Med nezaželenimi sporočili jih 20% vsebuje besedo "nujno" in 12% besedo "ugodno", polovica nezaželenih sporočil, ki vsebujejo besedo "nujno", pa vsebuje tudi besedo "ugodno". Po drugi strani med zaželenimi sporočili 5% sporočil vsebuje besedo "nujno" in 2% besedo "ugodno", takih, ki vsebujejo besedi "nujno" in "ugodno" hkrati, pa je 1% vseh zaželenih sporočil.

Prejeli ste novo sporočilo. Kolikšna je verjetnost:

- (a) da sporočilo vsebuje besedo "nujno"?
- (b) da je sporočilo nezaželeno, če vsebuje besedo "nujno"?
- (c) da je sporočilo nezaželeno, če vsebuje besedo "nujno", ne pa besede "ugodno"?
- (d) da je sporočilo zaželeno, če ne vsebuje besede "ugodno" in ne vsebuje besede "nujno"?

Verjetnosti zapišite v odstotkih in zaokrožite na 2 mesti za decimalno vejico.

7. V prvi posodi so 4 bele in 2 rdeči kroglici. Čarodej iz prve posode naključno izbere dve kroglici in ju vrže v drugo posodo, ki je bila pred tem prazna. Nato v drugo posodo doda še 2 rdeči, 2 beli in 2 zeleni kroglice in kroglice v posodi premeša. Zatem iz druge posode na slepo izvleče tri kroglice.

- Označimo dogodek $A_1 \equiv$ (Čarodej je iz prve posode izbral dve beli kroglici). Izračunajte verjetnost tega dogodka ter poiščite še dogodka A_2 in A_3 , tako da je $\{A_1, A_2, A_3\}$ popolna družina dogodkov pri tem poskusu.
- Izračunajte verjetnost dogodka $B \equiv$ (Čarodej je iz druge posode izvlekel tri kroglice iste barve.)
- Izračunajte verjetnost, da je čarodej iz prve posode izvlekel dve beli kroglici, če je iz druge posode izvlekel tri kroglice iste barve.