

VERJETNOSTNI RAČUN IN STATISTIKA

VAJE 6

Ponovitev pojmov: slučajna spremenljivka, verjetnostna funkcija, porazdelitvena funkcija, matematično upanje.

1. V vreči imamo 3 bele in 6 modrih kroglic. Definiramo slučajne spremenljivke

$X \equiv$ število izvlečenih belih kroglic, če izvlečemo 3 kroglice brez vračanja ,

$Y \equiv$ število izvlečenih belih kroglic, če izvlečemo 3 kroglice z vračanjem ,

$Z \equiv$ število vlečenj do prve bele kroglice (z vračanjem) ,

$W \equiv$ število vlečenj do treh modrih kroglic (z vračanjem) .

(a) Za vsako od slučajnih spremenljivk ugotovite, katero porazdelitev ima.

(b) Izračunajte $P(X = 1)$, $P(Y = 2)$, $P(Z = 3)$ in $P(W = 4)$.

2. Hkrati vržemo 3 poštene kocke. Označimo z X število šestic, ki padejo.

(a) Določite verjetnostno funkcijo slučajne spremenljivke X in skicirajte njen graf.

(b) Zapišite predpis porazdelitvene funkcije slučajne spremenljivke X .

(c) Izračunajte pričakovano vrednost in varianco slučajne spremenljivke X .

3. Naj bo X diskretna slučajna spremenljivka, katere porazdelitev je dana z

$$\begin{pmatrix} 1001 & 1002 & 1003 & 1004 \\ 0,2 & a & b & 0,1 \end{pmatrix}$$

(a) Izračunaj maksimalno in minimalno vrednost $E(X)$ v odvisnosti od a in b .

(b) Izračunaj maksimalno in minimalno vrednost $var(X)$.

(c) Izračunaj a in b , če je $E(X) = 1002$.

4. Naj bo X slučajna spremenljivka z zalogo vrednosti $X(S) = \{-1, 2, 5\}$, pri čemer je $p_X(-1) = \frac{1}{5}$ in $p_X(2) = \frac{2}{5}$. Izračunaj $E(X)$ in $var(X)$.

5. Diskretna slučajna spremenljivka X z zalogo vrednosti $X(S) = \{0, 1, 2, \dots\}$ ima Poissonovo porazdelitev s parametrom $\lambda > 0$, $X \sim Poiss(\lambda)$, če je njena verjetnostna funkcija dana s $p_X(k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$. Izračunaj njeno matematično upanje in varianco.

6. V naslednjih zgledih prepoznajte znane porazdelitve diskretnih standardnih spremenljivk.

(a) Na izpitu imamo 10 nalog s 5 možnimi odgovori na obkrožanje. Kolikšna je verjetnost, da pravilno odgovorimo vsaj na 5 vprašanj, če izbiramo na slepo?

(b) Neki pisatelj v povprečju naredi dve pravopisni napaki na stran. Kolikšna je verjetnost, da je na 34. strani naredil 3 slovnične napake?

(c) V vreči je 1 modra in 9 rdečih kroglic. Brez vračanja vlečemo po eno kroglico, dokler ne izvlečemo modre. Kolikšna je verjetnost, da smo modro izvlekli v 3. poskusu?

(d) V vreči sta 2 modri in 8 rdečih kroglic. Z vračanjem vlečemo do prve modre. Kolikšna je verjetnost, da smo vlekli trikrat?

7. Imamo tri kovance: dva pošteni in enega nepoštenega z verjetnostjo grba $\frac{1}{3}$. Hkrati vržemo vse tri kovance.

- (a) Predstavite prostor izidov tega poskusa ter razložite, ali so izidi enako verjetni ali ne.
- (b) Označimo z X število padlih grbov pri danem poskusu. Predstavite verjetnostno funkcijo slučajne spremenljivke X .
- (c) Izračunajte pričakovano vrednost in varianco slučajne spremenljivke X .