

VERJETNOSTNI RAČUN IN STATISTIKA

VAJE 8

Ponovitev pojmov: zvezne slučajne spremenljivke.

1. Izračunaj $P(1 < X < 2)$ in $P(Y > 3)$ za $X \sim U(1, 7)$ ter $Y \sim Exp(2)$.
2. Izračunaj varianco slučajne spremenljivke X s porazdelitvijo $X \sim U(a, b)$.
3. Naključna točka $x \in [0, 1]$ razdeli interval na dva dela. Kolikšna je povprečna dolžina daljšega dela?
4. Zvezna slučajna spremenljivka ima verjetnostno gostoto

$$f_X(x) = \begin{cases} 2x + 1; & 0 \leq x \leq \frac{1}{2}, \\ ax^2 + 1; & \frac{1}{2} < x \leq 1, \\ 0; & \text{sicer.} \end{cases}$$

Določi vrednost konstante a , izračunaj porazdelitveno funkcijo F_X , matematično upanje $E(X)$ in $P(X > \frac{6}{10})$.

5. Zvezna spremenljivka X ima Paretovo porazdelitev $X \sim Par(\alpha)$, če je njena verjetnostna gostota dana s

$$f_X(x) = \begin{cases} \alpha x^{-(\alpha+1)}; & x \geq 1, \\ 0; & x < 1. \end{cases}$$

Izračunaj porazdelitveno funkcijo, matematično upanje in varianco slučajne spremenljivke $X \sim Par(\alpha)$.

6. Denimo, da je dolžina telefonskega pogovora zvezna slučajna spremenljivka, ki je porazdeljena kot $Exp(0.1)$. Kolikšna je verjetnost, da bo vaš naslednji klic trajal več kot 10 minut? Med 10 in 20 minut?
7. Strelec strelja v okroglo tarčo in dobi 10 EUR, če je njegov strel največ 1 cm od središča, 5 EUR, če je med 1 in 3 cm od središča, in 1 EUR, če je med 3 in 5 cm od središča. Denimo, da je razdalja zadetka od središča enakomerno porazdeljena na intervalu $[0, 10]$. Določi pričakovani zaslužek.
8. Naj bo $X \sim U(a, b)$, kjer je $a < b$. Označimo $Y = sX + t$, kjer sta $s, t \in \mathbb{R}$ in $s > 0$. Določi verjetnostno gostoto slučajne spremenljivke Y . Ali ima tudi Y enakomerno porazdelitev?