

# VERJETNOSTNI RAČUN IN STATISTIKA

## VAJE 10

Ponovitev pojmov: zvezne slučajne spremenljivke.

1. Denimo, da je dolžina telefonskega pogovora zvezna slučajna spremenljivka, ki je porazdeljena kot  $Exp(0.1)$ . Kolikšna je verjetnost, da bo vaš naslednji klic trajal več kot 10 minut? Med 10 in 20 minut?

2. Naj bo  $X \sim U(a, b)$ , kjer je  $a < b$ . Označimo  $Y = sX + t$ , kjer sta  $s, t \in \mathbb{R}$  in  $s > 0$ . Določi verjetnostno gostoto slučajne spremenljivke  $Y$ . Ali ima tudi  $Y$  enakomerno porazdelitev?

3. Slučajna spremenljivka  $X$  je porazdeljena zvezno z gostoto  $f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{(1+x)^2} & ; x \geq 0 \\ 0 & ; \text{sicer.} \end{cases}$   
Izračunaj mediano in medčetrtnski razmik slučajne spremenljivke  $X$ .

4. Slučajna spremenljivka  $X$  ima gostoto  $f_X(x) = \begin{cases} cx^2 & ; 0 \leq x \leq 1 \\ c(2-x) & ; 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & ; \text{sicer.} \end{cases}$

a) Določi vrednost konstante  $c$  in skiciraj graf gostote  $f_X$ .

b) Določi porazdelitveno funkcijo  $F_X$  in skiciraj njen graf.

c) Izračunaj matematično upanje, varianco, modus ter mediano slučajne spremenljivke  $X$ .

5. Denimo, da študent na izpitu dobi oceno med 0 in 1, pri čemer lahko njegovo oceno predstavimo kot zvezno slučajno spremenljivko s verjetnostno gostoto  $f_X(x) = \begin{cases} 2x + 1 & ; 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ ax^2 + 1 & ; \frac{1}{2} < x \leq 1 \\ 0 & ; \text{sicer.} \end{cases}$

Določi vrednost konstante  $a$ . Kolikšna je verjetnost, da bo študent opravil izpit, če ga opravi le v primeru, ko zbere vsaj 55%?

6. Slučajna spremenljivka  $X$  je dana s porazdelitveno funkcijo  $F_X(x) = \begin{cases} 1 - e^{-2x} & ; x \geq 0 \\ 0 & ; \text{sicer.} \end{cases}$

a) Določi gostoto te slučajne spremenljivke in skiciraj grafa funkcij  $f_X$  ter  $F_X$ .

b) Izračunaj verjetnosti  $P(X \geq 2)$  in  $P(-3 < X \leq 4)$ .

c) Izračunaj matematično upanje in varianco slučajne spremenljivke  $X$ .

7. Dana je funkcija  $f_X(x) = \begin{cases} c(9x - x^3) & ; 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & ; \text{sicer.} \end{cases}$  Določi vrednost konstante  $c$  tako, da bo  $f_X$  gostota slučajne spremenljivke. Določi modus in mediano slučajne spremenljivke  $X$  in ju primerjaj z  $E(X)$ .

8. Naj bo  $X \sim Exp(\lambda)$  za  $\lambda > 0$  in naj bosta  $a, b \in \mathbb{R}$  taki števili, da je  $a > 0$ . Določi gostoto slučajne spremenljivke  $Y = aX + b$ . Kakšna morata biti  $a$  in  $b$ , da ima tudi  $Y$  eksponentno porazdelitev?