

VERJETNOSTNI RAČUN IN STATISTIKA
VAJE 11

1. Vržemo dve pošteni kocki. Označimo z X maksimalno število pik, ki pade, in z Y absolutno razliko med številoma pik na kockah. Določi tabelo $p_{X,Y}$, robni porazdelitvi, kovarianco in pogojno upanje $E(Y|X = 6)$. Ali sta X in Y neodvisni? Izračunaj korelacijo slučajnih spremenljivk X in Y .
2. Trikrat zaporedoma vržemo pošteni kovanec. Naj bo X število vseh grbov, ki padejo, in naj bo Y dolžina najdaljšega niza grbov. Določi tabelo $p_{X,Y}$, robni porazdelitvi in kovarianco. Ali sta X in Y neodvisni?
3. V vreči imamo 4 bele, 8 črnih in 6 rdečih kroglic, ki so enake na otip. Označimo z X število belih kroglic in z Y število črnih kroglic, ki jih dobimo, če iz vreče na slepo izvlečemo dve kroglici brez vračanja. Določi tabelo $p_{X,Y}$.
4. Naj bosta X in Y slučajni spremenljivki, za kateri velja $Y = aX + b$. Dokaži, da je tedaj $\rho(X, Y) = \text{sgn}(a)$.
5. Par zveznih slučajnih spremenljivk (X, Y) ima skupno gostoto

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} 3(x^2y + xy^2), & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1; \\ 0, & \text{sicer.} \end{cases}$$

Izračunaj $\text{cov}(X, Y)$.

6. Par zveznih slučajnih spremenljivk (X, Y) ima skupno gostoto

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} cxy, & 0 < x < 4, 0 < y < 5; \\ 0, & \text{sicer.} \end{cases}$$

Izračunaj konstanto c ter verjetnosti $P(X < \frac{1}{2})$ in $P(Y < X)$.

7. Slučajni vektor (X, Y) ima zvezno porazdelitev z verjetnostno gostoto

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} ax^2e^{-y}, & 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq \ln 2; \\ 0, & \text{sicer,} \end{cases}$$

kjer je a neka realna konstanta.

- (a) Določite vrednost konstante a .
- (b) Izračunajte robni gostoti f_X in f_Y .
- (c) Izračunajte kovarianco slučajnih spremenljivk X in Y .