

Verjetnostni račun in statistika

1. kolokvij, 5. december 2011

Čas za reševanje je 90 minut. Veliko uspeha!

PRIIMEK IN IME: _____ VPISNA ŠTEVILKA: _____

1. Naj bo S prostor izidov nekega poskusa. Za dogodke $A, B, C \subseteq S$ velja naslednje:

- Njihove verjetnosti so enake $P(A) = 0.5, P(B) = 0.6, P(C) = 0.3$.
- Dogodka A in B sta neodvisna.
- Verjetnost dogodka C pri pogoju, da se zgodi A , je enaka 0.4.
- Verjetnost dogodka A pri pogoju, da se zgodita B in C , je enaka 1.

Določite verjetnost, da se ne zgodi noben od dogodkov A, B, C .

Namig: Računaj verjetnost komplementa in uporabi načelo vključitve in izključitve.

2. V omari je 5 različnih parov čevljev.

- Vse čevlje naključno postavimo v vrsto. Kakšna je verjetnost, da oba čevlja vsakega para stojita skupaj?
- Naključno izberemo dva čevlja. Kakšna je verjetnost, da smo izbrali enega levega in enega desnega?
- Naključno izberemo en levi in en desni čevlj. Kakšna je verjetnost, da pripadata istemu paru?

3. Študent opravlja izpit, dokler ni uspešen, a največ štirikrat. Verjetnost uspeha v posameznem roku je $2/3$.

- Opišite prostor izidov S in njegovo moč $|S|$.
- Kakšna je verjetnost, da je študent opravil izpit?
- Če je študent opravil izpit, kakšna je verjetnost, da mu je to uspelo šele v četrtem roku?
- Naj bo X število vseh porabljenih rokov. Opišite verjetnostjo funkcijo p_X in določite $E(X)$ in $\text{var}(X)$.

4. Študent se je naučil 30 od 50 izpitnih vprašanj. Na izpitu dobi 5 naključno izbranih vprašanj.

- Denimo, da študent na izpitu dobi 5 naključno izbranih različnih vprašanj. Kakšna je verjetnost, da bo pravilno odgovoril vsaj na 3 vprašanja, če se z verjetnostjo 0.2 zmoti pri naučenem vprašanju, na nenaučena pa gotovo odgovori narobe?
- Naj bo X število ugodnih vprašanj med petimi izpitnimi. Določite $P(X = x)$ in tip slučajne spremenljivke X za primer, ko so vsa izbrana vprašanja različna, in za primer, ko se lahko kakšno vprašanje večkrat ponovi.

Verjetnostni račun in statistika

2. kolokvij, 19. januar 2012

Čas za reševanje je 90 minut. Veliko uspeha!

PRIIMEK IN IME: _____ VPISNA ŠTEVILKA: _____

1. [10 točk] Trikrat vržemo pošten kovanec z verjetnostjo grba p . Naj bo X zaporedna številka meta, v katerem prvič pade grb, oziroma 0, če grb ne pade, Y pa skupno število vseh padlih grbov.

(a) Tabelirajte verjetnostne funkcije $p_{X,Y}$, p_X , p_Y .

(b) Izračunajte kovarianco $\text{cov}(X, Y)$, če je $p = 1/2$. Ali sta X in Y neodvisni?

2. [16 točk] Slučajna spremenljivka X ima gostoto

$$f_X(x) = \begin{cases} 2cx, & 0 \leq x \leq 1, \\ c(3-x), & 1 \leq x \leq 3, \\ 0, & \text{sicer.} \end{cases}$$

(a) Določite vrednost konstante c in skicirajte $f_X(x)$.

(b) Izračunajte $P(X \leq 1)$ in $P(X \leq 2)$.

(c) Izračunajte porazdelitveno funkcijo $F_X(x)$ in jo skicirajte.

(d) Izračunajte povprečje $E(X)$.

(e) Izračunajte modus $\text{mod}(X)$ in mediano $\text{med}(X)$.

3. [7 točk] Zaključni izpit je pisalo več tisoč dijakov. Povprečni rezultat je 61 točk, standardni odklon 11. Predpostavimo, da so rezultati normalno porazdeljeni.

(a) Kolikšen delež dijakov je dosegel med (vključno) 40 in 70 točk?

(b) Najmanj koliko točk je moral doseči dijak, da se je uvrstil med 5% najboljših?

4. [7 točk] Pošteno kocko vržemo 840-krat. Naj bo X število padlih šestic.

(a) Ocenite verjetnost $P(120 \leq X \leq 160)$ z neenačbo Čebiševa.

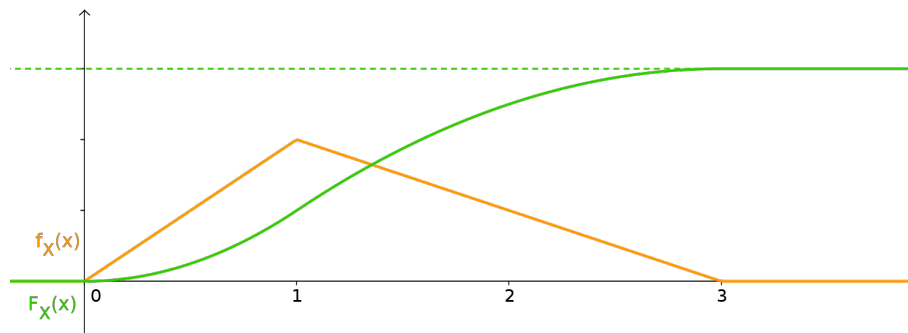
(b) Ocenite verjetnost $P(120 \leq X \leq 160)$ z uporabo normalne aproksimacije.

Rešitve:

1. (a) $c = 1/3$.

(b) $P(X \leq 1) = 1/3, P(X \leq 2) = 5/6$.

(c)
$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0; \\ \frac{x^2}{3} & 0 \leq x \leq 1; \\ \frac{-x^2+6x-3}{6} & 1 \leq x \leq 3; \\ 1 & x > 3. \end{cases}$$



(d) $E(X) = \frac{4}{3}$.

(e) Lokalni ekstrem očitno nastopi v točki $x = 1$, zato je $\text{mod}(X) = 1$. Mediana je število t , ki reši enačbo $\int_0^t f_X(x) dx = 1/2$. Ker je $P(X \leq 1) = 1/3$, je $t > 1$. Zato sledi $\frac{1}{3} + \int_1^t \frac{3-x}{3} dx = \frac{1}{2}$. Po izračunu dobimo kvadratno enačbo $t^2 - 6t + 6 = 0$, ki ima dve rešitvi $3 \pm \sqrt{3}$. Zato je $\text{med}(X) = 3 - \sqrt{3} \doteq 1.29$.

2. (a)

$X=x \setminus Y=y$	0	1	2	3	$p_X(x)$
0	q^3	0	0	0	q^3
1	0	pq^2	$2p^2q$	p^3	p
2	0	pq^2	p^2q	0	pq
3	0	pq^2	0	0	pq^2
$p_Y(y)$	q^3	$3pq^2$	$3p^2q$	p^3	

(b) $X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{8} & \frac{4}{8} & \frac{2}{8} & \frac{1}{8} \end{pmatrix}, Y \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{8} & \frac{3}{8} & \frac{3}{8} & \frac{1}{8} \end{pmatrix}, XY \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{3}{8} & \frac{2}{8} & \frac{1}{8} \end{pmatrix}$.

Sledi $E(X) = 11/8, E(Y) = 3/2$ (Y je binomska, zato $E(Y) = np$) in $E(XY) = 17/8$, torej $\text{cov}(X, Y) = 1/16$. X in Y seveda nista neodvisni.

3. (a) Ker predpostavimo, da je X zvezna in normalno porazdeljena, izračunamo $P(39.5 \leq X \leq 70.5) \doteq P(-1.95 \leq X' \leq 0.86) \doteq 0.7795$.

(b) Iz $P(X' \geq t') = 0.05$ sledi $P(0 \leq X' \leq t') = 0.45$, zato $t' \doteq 1.65$. Sledi $t = t'\sigma + \mu \doteq 79.15$, torej vsaj 80 točk.

4. Velja $X \sim \text{Bin}(n, p)$, kjer $n = 840$ in $p = 1/6$, zato je $\mu = np = 140$ in $\sigma^2 = npq \doteq 116.67$.

(a) $P(120 \leq X \leq 160) = 1 - P(|X - \mu| \geq 20) \geq \frac{17}{24} \doteq 0.71$.

(b) $P(120 \leq X \leq 160) \doteq P(-1.89 \leq Y' \leq 1.89) = 2P(0 \leq Y' \leq 1.89) \doteq 0.9412$.

Verjetnostni račun in statistika

Pisni izpit, 30. januar 2012

Čas za reševanje je 90 minut. Veliko uspeha!

PRIIMEK IN IME: _____ VPISNA ŠTEVILKA: _____

1. Študentje A, B, C opravljajo izpit iz verjetnosti. Študent A ga opravi z verjetnostjo 0.6, študent B z verjetnostjo 0.4, študent C pa z verjetnostjo 0.1. Njihovi uspehi so med seboj neodvisni. Če izpita ne bo opravil nobeden od študentov, bo profesor gotovo slabe volje, če ga opravijo vsi, pa dobre volje. Če bo izpit opravil le en študent, bo profesor dobre volje z verjetnostjo $1/3$ oziroma $2/3$, če izpit opravita dva študenta.

- (a) Kakšna je verjetnost, da noben študent ni opravil izpita?
- (b) Kakšna je verjetnost, da je profesor po izpitu dobre volje?
- (c) Kakšna je verjetnost, da sta A in B opravila izpit, če je profesor po izpitu dobre volje?

2. Slučajna spremenljivka X ima gostoto

$$f_X(x) = \begin{cases} cx^2, & 0 \leq x \leq 1; \\ c(2-x), & 1 \leq x \leq 2; \\ 0, & \text{sicer.} \end{cases}$$

- (a) Določite vrednost konstante c in skicirajte f_X .
- (b) Določite porazdelitveno funkcijo F_X in jo skicirajte.
- (c) Izračunajte matematično upanje in varianco za X .
- (d) Izračunajte modus in mediano za X .

3. A in B mečeta kovanec z verjetnostjo grba $2/3$. Če pade grb, dobi A eno točko, če pade cifra, pa B dve točki. Igro končata, ko nekdo zbere vsaj tri točke. Označimo z X število vseh metov v igri in z Y število padlih grbov.

- (a) Opišite prostor izidov S .
- (b) Opišite porazdelitev $p_{X,Y}(x, y)$ in robni porazdelitvi $p_X(x)$, $p_Y(y)$. Ali sta X in Y neodvisni?
- (c) Izračunajte korelacijski koeficient $\rho(X, Y)$.

4. Študentje so reševali izpit z 10 kratkimi vprašanji. Pravilen odgovor je bil vreden 1 točko, napačen pa 0 točk. Povprečna ocena je bila 6,7 točk s standardnim odklonom 1,2 točki. Najvišjo oceno dobi 10% najuspešnejših študentov, 10% najslabših pa pade.

- (a) Predpostavite, da so rezultati normalno porazdeljeni in izračunajte delež vseh študentov, ki so dosegli 6 točk, ter minimalno število točk za pozitivno in za najvišjo oceno.
- (b) Vsako vprašanje je imelo 5 možnih odgovorov, od katerih je bil pravilen le eden. Aleš se ni učil in je odgovore naključno obkrožil. Kakšna je verjetnost, da je dosegel 6 točk?

Rešitve

1. Označimo z I_i dogodek, da je na izpitu uspešnih i študentov, in z V dogodek, da je profesor dobre volje.

(a) $P(I_0) = 0.4 \cdot 0.6 \cdot 0.9 = 0.216$.

(b) $P(V) = \sum_{i=0}^3 P(V|I_i)P(I_i)$, kjer je $P(V|I_0) = 0$, $P(V|I_1) = 1/3$, $P(V|I_2) = 2/3$, $P(V|I_3) = 1$, in

$P(I_0) = 0.4 \cdot 0.6 \cdot 0.9 = 0.216$,

$P(I_1) = 0.6 \cdot 0.6 \cdot 0.9 + 0.4 \cdot 0.4 \cdot 0.9 + 0.4 \cdot 0.6 \cdot 0.1 = 0.492$,

$P(I_2) = 0.6 \cdot 0.4 \cdot 0.9 + 0.6 \cdot 0.6 \cdot 0.1 + 0.4 \cdot 0.4 \cdot 0.1 = 0.268$,

$P(I_3) = 0.6 \cdot 0.4 \cdot 0.1 = 0.024$.

Sledi $P(V) = \frac{1}{3} \cdot 0.492 + \frac{2}{3} \cdot 0.268 + 1 \cdot 0.024 = 0.351$.

(c) $P(A \cap B | V) = \frac{P(A \cap B \cap V)}{P(V)} = \frac{P(V|A \cap B)P(A \cap B)}{P(V)} = \frac{(\frac{2}{3} \cdot 0.9 + 1 \cdot 0.1)(0.6 \cdot 0.4)}{0.351} = 0.479$.

2. (a) $c = \frac{6}{5}$, graf $f_X(x)$ je sestavljen iz naraščajoče kvadratne in padajoče linearne funkcije.

$$(b) F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ \frac{2}{5}x^3, & 0 \leq x \leq 1; \\ \frac{1}{5}(-3x^2 + 12x - 7), & 1 \leq x \leq 2; \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Graf $F_X(x)$ je sestavljen iz konveksne kubične in konkavne kvadratne funkcije ter konstant 0 in 1.

(c) $E(X) = \frac{11}{10} = 1.1$, $E(X^2) = \frac{67}{50} = 1.34$, $\text{var}(X) = 0.13$.

(d) Očitno je $\text{mod}(X) = 1$. Za mediano je potrebno upoštevati, da je $P(X \leq 1) < 1/2$, zato mediana leži na intervalu $(1, 2)$. Iščemo torej število t , za katerega je $\int_t^2 c(2-x)dx = 1/2$. Sledi $\text{med}(X) = 2 - \sqrt{30}/6 = 1.087$.

3. (a) $S = \{GGG, CGGG, GCGG, GGCG, CGGC, GGCC, GCGC, CGC, GCC, CC\}$.

$X=x \setminus Y=y$	0	1	2	3	$p_X(x)$
2	1/9	0	0	0	1/9
3	0	4/27	0	8/27	12/27
4	0	0	4/27	8/27	12/27
$p_Y(y)$	1/9	4/27	4/27	16/27	

X in Y nista neodvisni, saj je denimo $P(X = 2, Y = 0) = 1/9 \neq 1/81 = P(X = 2)P(Y = 0)$.

(c) $E(X) = 10/3$, $E(Y) = 20/9$,

$XY \sim \begin{pmatrix} 0 & 3 & 8 & 9 & 12 \\ 1/9 & 4/27 & 4/27 & 8/27 & 8/27 \end{pmatrix}$, $E(XY) = 212/27$,

$X^2 \sim \begin{pmatrix} 4 & 9 & 16 \\ 3/27 & 12/27 & 12/27 \end{pmatrix}$, $E(X^2) = 104/9$,

$Y^2 \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 & 9 \\ 3/27 & 4/27 & 4/27 & 16/27 \end{pmatrix}$, $E(Y^2) = 164/27$.

$\text{var} X = 4/9$, $\rho(X) = 0.667$, $\text{var}(Y) = 92/81$, $\rho(Y) = 1.136$, $\text{cov}(X, Y) = 4/9 = 0.444$.

Sledi $\rho(X, Y) = 0.587$.

4. (a) $P(X = 6) \doteq P(5.5 \leq Y \leq 6.5) = P(-1 \leq Y' \leq -0.167) = P(0 \leq Y' \leq 1) - P(0 \leq Y' \leq 0.167) \doteq 0.3413 - 0.0675 = 0.2738 = 27.38\%$.

Iz $P(X \geq t_{\max}) = 0.1$ sledi $P(0 \leq X \leq t_{\max}) = 0.4$, zato iz tabele sledi $t'_{\max} = 1.29$ in od tod $t_{\max} = \sigma \cdot t'_{\max} + \mu \doteq 8.25$, torej je bilo za najvišjo oceno potrebnih najmanj 9 točk. Podobno iz $P(X \geq t_{\min}) = 0.1$ sledi $t'_{\min} = 1.29$ in $t_{\min} = 5.41$, zato je bilo za pozitivno oceno potrebnih vsaj 6 točk.

(b) Če Aleš pri vsakem vprašanju naključno izbira enega od petih odgovorov, je število vseh pravilnih odgovorov binomska slučajna spremenljivka $\text{Bin}(10, \frac{1}{5})$.

$P(6 \text{ pravilnih}) = \binom{10}{6} (\frac{1}{5})^6 (\frac{4}{5})^4 = 0.0055$.

Verjetnostni račun in statistika

Pisni izpit, 21. junij 2012

Čas za reševanje je 90 minut. Veliko uspeha!

PRIIMEK IN IME: _____ VPISNA ŠTEVILKA: _____

1. Pri taroku v štiri se 54 kart razdeli v talon (6 kart) in kupčke po 12 kart za vsakega od igralcev. Ena od kart se imenuje Pagat. Ko Janez deli karte, najprej našteje 6 kart za talon in na skrivaj pogleda, ali je med njimi tudi Pagat. Če je, ga poskusi med deljenjem skrivaj premestiti med svojih 12 kart, kar mu uspe s pogojno verjetnostjo $1/2$. V nasprotnem primeru karte pošteno razdeli do konca.

- (a) Kakšna je verjetnost, da je bil Pagat na začetku v talonu?
- (b) Kakšna je verjetnost, da je Pagat pri Janezu, ko so karte razdeljene?
- (c) Recimo, da je Pagat pri Janezu. Kakšna je verjetnost, da je karte razdelil pošteno?

2. V posodi so 3 bele in 2 črni kroglici. Na slepo vlečemo po eno kroglico, dokler ne izvlečemo prve črne. Naj bo X število vlečenj. Določite $E(X)$ in $\text{var}(X)$:

- (a) če izvlečenih kroglic ne vračamo v posodo.
- (b) če izvlečene kroglice vračamo v posodo.

3. Slučajna spremenljivka X ima gostoto

$$f_X(x) = \begin{cases} c(1 + x/3) & -3 \leq x \leq 0; \\ c(1 - x^2), & 0 \leq x \leq 1; \\ 0, & \text{sicer.} \end{cases}$$

- (a) Določite vrednost konstante c in skicirajte f_X .
- (b) Določite porazdelitveno funkcijo F_X .
- (c) Izračunajte matematično upanje in mediano za X .

4. Podjetje med 413 kandidati za zaposlitev izbira 20 najprimernejših s preizkusom znanja, ki ga sestavlja 50 vprašanj na obkrožanje z enim pravilnim in štirimi napačnimi odgovori. Za vsak pravilen odgovor dobi kandidat 4 točke, za napačnega -1 točko, za neodgovorjeno vprašanje pa 0 točk. Povprečni rezultat na preizkusu je bil 112,3 točk, standardni odklon 24,6 točke. Predpostavite, da so rezultati normalno porazdeljeni.

- (a) Določite delež kandidatov, ki so dosegli vsaj 100 točk.
- (b) Najmanj koliko točk je potrebnih za uspeh?
- (c) Andrej je pri vsakem vprašanju obkrožil naključen odgovor. Koliko točk lahko pričakuje?

Rešitev

1. (a) $P(T) = \frac{\binom{53}{5}}{\binom{54}{6}} = 1/9$.
(b) $P(J) = P(J|T)P(T) + P(J|\bar{T})P(\bar{T}) = \frac{1}{2} \frac{1}{9} + \frac{\binom{48}{11}}{\binom{48}{12}} \frac{8}{9} = 229/666 \doteq 0,344$.
(c) $P(\bar{T}|J) = \frac{P(J|\bar{T})P(\bar{T})}{P(J)} = \frac{12/37 \cdot 8/9}{229/666} = 192/229 \doteq 0,84$.
2. (a) $X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{4}{10} & \frac{3}{10} & \frac{2}{10} & \frac{1}{10} \end{pmatrix}$, $E(X) = 2$, $\text{var}(X) = 1$.
(b) V tem primeru je $X \sim \text{Geom}(2/5)$. Zato je $E(X) = 1/p = 5/2$ in $\text{var}(X) = (1-p)/p^2 = 15/4$.
3. (a) $c = 6/13$.
(b) $F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < -3; \\ c(3/2 + x + x^2/6), & -3 \leq x \leq 0; \\ c(3/2 + x - x^3/3), & 0 \leq x \leq 1; \\ 1, & x > 1 \end{cases}$
(c) $E(X) = -15/26$, $\text{med}(X) = -3 + \sqrt{26}/2$.
4. (a) $P(X \geq 100) = P(X' \geq -1/2) = 0,5 + P(0 \leq X' \leq 1/2) = 0,6915$, kjer je $X' = (X - \mu)/\sigma$ normalizirana X in $a' = (a - \mu)/\sigma = -1/2$ normalizirana meja $a = 100$.
(b) $20/413 \doteq 0,0484$, zato iščemo tak b' , da bo $P(X' \geq b') = 0,0484$, oziroma $P(0 \leq X' \leq b') = 0,5 - 0,0484 \doteq 0,4516$. Iz preglednice razberemo $b' \doteq 1,66$ in sledi $b = b'\sigma + \mu \doteq 153$ točk.
(c) Označimo z X_i število Andrejevih točk pri i -tem vprašanju. Potem je $X_i \sim \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ \frac{4}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$, zato je $E(X_i) = \frac{1}{5}(-1) + \frac{4}{5}(4) = 3$. Andrej lahko torej (v povprečju) pričakuje 3 točk pri vsakem vprašanju in zato 12 točk za celoten preizkus.

Verjetnostni račun in statistika

Pisni izpit, 12. september 2012

Čas za reševanje je 90 minut. Veliko uspeha!

PRIIMEK IN IME: _____ VPISNA ŠTEVILKA: _____

1. Tarok igramo s kompletom 54 kart. Karte z imeni Pagat, Mond in Škis sestavljajo takoimenovano *trulo*. Pri deljenju 6 naključnih kart shranimo v *talon*, ostalih 48 pa razdelimo med igralce.
 - (a) Kakšna je verjetnost, da so v talonu vse karte iz trule, če vemo, da je notri Škis?
 - (b) Naj bo X število kart iz trule v talonu. Izračunajte verjetnosti $P(X = x)$, povprečje $E(X)$ in varianco $\text{var}(X)$.

2. Zvezna slučajna spremenljivka X ima gostoto

$$f_X(x) = \begin{cases} ax + b & -1 \leq x \leq 0; \\ b & 0 \leq x \leq 1; \\ 0, & \text{sicer.} \end{cases}$$

- (a) Določite vrednost konstant a in b in skicirajte f_X , če je f_X zvezna v točki $x = -1$.
 - (b) Določite porazdelitveno funkcijo F_X .
 - (c) Izračunajte matematično upanje in mediano za X .
3. Kovanec z verjetnostjo grba p mečemo, dokler ne padeta vsaj dva grba ali vsaj tri cifre. Označimo z X število vseh padlih cifer in z Y število vseh padlih grbov.
 - (a) Opišite prostor izidov S .
 - (b) Opišite porazdelitev $p_{X,Y}(x, y)$ in robni porazdelitvi $p_X(x)$, $p_Y(y)$. Ali sta X in Y neodvisni?
 4. Podjetje bo med 250 kandidati za zaposlitev izbralo 20 najprimernejših s preizkusom znanja, ki ga sestavlja 100 vprašanj na obkrožanje z enim pravilnim in tremi napačnimi odgovori. Povprečni rezultat na preizkusu je bil 112,3 točk, standardni odklon 24,6 točke. Predpostavite, da so rezultati normalno porazdeljeni.
 - (a) Določite delež kandidatov, ki so dosegli vsaj 150 točk.
 - (b) Najmanj koliko točk je potrebnih za uspeh?
 - (c) Janez je pri vsakem vprašanju obkrožil naključno izbran odgovor. Z neenačbo Čebiševa ocenite verjetnost, da je pravilno odgovoril na vsaj 20 in največ 30 vprašanj.

Rešitev

1. (a) $P(S) = \frac{\binom{53}{5}}{\binom{54}{6}} = \frac{1}{9} \doteq 0.111111$, $P(T) = \frac{\binom{51}{3}}{\binom{54}{6}} = 0.00013$. Sledi $P(T|S) = \frac{P(T \cap S)}{P(S)} = \frac{P(T)}{P(S)} = \frac{5}{689} \doteq 0.00726$.

(b) $P(X=0) = \frac{\binom{51}{6}}{\binom{54}{6}} \doteq 0.6973$

$$P(X=1) = 3 \frac{\binom{51}{5}}{\binom{54}{6}} \doteq 0.2729$$

$$P(X=3) = P(T) \doteq 0.00013$$

$$P(X=2) = 1 - P(X=0) - P(X=1) - P(X=3) \doteq 0.0297$$

$$\text{Sledi } E(X) \doteq 0.2729 + 2 \cdot 0.0297 + 3 \cdot 0.0001 \doteq 0.3326 \text{ in}$$

$$\text{var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 \doteq 0.2729 + 4 \cdot 0.0297 + 9 \cdot 0.0001 - 0.1106 \doteq 0.28.$$

2. (a) Iz pogoja $f_X(-1) = 0$ (zveznost v $x = -1$) dobimo enačbo $a = b$, iz pogoja $\int f_X(x) dx = 1$ pa $a = 2/3$.

$$(b) F_X(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1, \\ \frac{(x+1)^2}{3}, & -1 \leq x \leq 0, \\ \frac{2x+1}{3}, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & 1 \leq x. \end{cases}$$

(c) $E(X) = 2/9$ (izračunamo integral), $\text{med}(X) = 1/3$ (razberemo iz skice).

3. (a) $S = \{GG, GCG, CGG, GCCG, CGCG, CCGG\} \cup \{CCC, CCGC, CGCC, GCCC\}$.

$X=x \setminus Y=y$	0	1	2	$p_X(x)$
0	0	0	p^2	p^2
1	0	0	$2p^2q$	$2p^2q$
2	0	0	$3p^2q^2$	$3p^2q^2$
3	q^3	$3q^3p$	0	$q^3(1+3p)$
$p_Y(y)$	q^3	$3q^3p$	$p^2(1+2q+3q^2)$	

X in Y nista neodvisni, saj je denimo $P(X=0, Y=0) = 0 \neq P(X=0)P(Y=0)$.

4. (a) 6,3% (glej prejšnji izpit za razlago).

(b) 147 točk (glej prejšnji izpit za razlago).

(c) Naj bo X število pravih odgovorov. Potem je $X \sim \text{Bin}(100, 1/4)$ in velja $\mu = E(X) = 25$, $\sigma = \text{var}(X) = \sqrt{300/16} \doteq 4.33$. Čebišev potem pove: $P(|X - \mu| \geq 5) \leq 3/4$, kar pa je precej groba ocena. DN: primerjaj z normalno aproksimacijo.