

# Verjetnost in statistika 2012/13

1. KOLOKVIJ, 26. NOVEMBER 2012

*Pišite s kemičnim svinčnikom. Za reševanje imate na voljo 70 minut. Veliko uspeha!*

PRIIMEK IN IME: ..... Vp. številka: .....

1. [10 točk] Za dogodka  $A, B \subseteq S$  velja naslednje:

- Dogodka  $A$  in  $B$  sta neodvisna.
- Pogojna verjetnost, da se zgodi  $A$ , če se zgodi  $B$ , je enaka 0.4.
- Verjetnost, da se ne zgodi niti  $A$  niti  $B$ , je enaka 0.3.

Določite verjetnost dogodkov  $A$  in  $B$ .

2. [10 točk] Študent na izpitu zaporedoma odgovarja na vprašanja. Na posamezno vprašanje odgovori pravilno z verjetnostjo  $p = 2/3$ . Izpit se konča, ko tretjič odgovori pravilno (tedaj izpit opravi) ali pa drugič napačno (tedaj pade).

- Določite prostor izidov  $S$  (predstavite izide kot besede iz črk  $P$  in  $N$ ).
- Naj bo  $A$  dogodek, da študent opravi izpit, in  $B$  dogodek, da je dobil skupaj 3 vprašanja. Izračunajte verjetnosti  $P(A)$ ,  $P(B)$  in  $P(A|B)$ .
- Naj bo  $X$  število vseh napačnih odgovorov. Izračunajte  $E(X)$ .

3. [10 točk] Med 54 kartami za tarok je 22 tarokov in po 8 kart vsake barve (srce, pik, karo, križ). Pri deljenju 6 kart odštejemo v talon, ostale pa razdelimo štirim igralcem.

- Kakšna je verjetnost, da je v talonu srčni kralj, če je v talonu srčeva dama?
- Naj bo  $X$  število vseh kraljev v talonu. Določite verjetnosti  $P(X = x)$  (vrednosti ni treba računati). Za kateri standardni tip slučajne spremenljivke gre?

4. [10 točk] V tabeli so zbrani podatki o številu študentov, ki so opravili izpit iz Verjetnosti ali Programiranja.

Smer	Št. študentov	Verjetnost	Programiranje	Oboje
FiRa	10	6	7	3
MaRa	24	17	6	5
RaTe	8	5	4	2

Izberemo naključnega študenta.

- Kakšna je verjetnost, da je izbrani študent opravil vsaj en izpit?
- Študent je opravil oba izpita. Kakšna je verjetnost, da je vpisan v program MaRa?

## Rešitev

1. Iz podatkov dobimo naslednje enačbe:

- $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ ,
- $0.4 = P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ , od koder skupaj s prejšnjo enačbo dobimo  $P(A) = 0.4$ ,
- $0.3 = P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B)$ , torej  $P(A \cup B) = 0.7$ . Iz načela vključitve in izključitve sledi  $0.7 = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$  oziroma  $P(B) = 0.5$ .

Opomba: Lahko bi uporabili tudi dejstvo, da sta  $A, B$  neodvisna natanko tedaj, ko sta neodvisna komplementa  $\bar{A}, \bar{B}$ . Potem iz  $0.3 = P(\bar{A} \cap \bar{B})$  neposredno dobimo  $P(\bar{B})$ .

2. (a)  $S = \{PPPP, NPPPP, PNPPP, PPNPP(\text{opravi}), NN, PNN, NPN, PPNN, PNPN, NPPN(\text{ne opravi})\}$ .

(b)  $P(A) = p^3 + 3p^3q = 16/27$ ,  $P(B) = p^3 + 2pq^2 = 12/27$ ,  $P(A|B) = \frac{8/27}{12/27} = 2/3$ .

(c)  $X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 8/27 & 8/27 & 11/27 \end{pmatrix}$ ,  $E(X) = 8/27 + 2 \cdot 11/27 = 30/27 \doteq 1.11$ .

3. (a)  $P(\heartsuit K | \heartsuit Q) = \frac{P(\heartsuit K \cap \heartsuit Q)}{P(\heartsuit Q)} = \frac{\binom{52}{4} / \binom{54}{6}}{\binom{53}{5} / \binom{54}{6}} = 5/53$ .

(b) Za  $x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$  velja  $P(X = x) = \frac{\binom{4}{x} \binom{50}{6-x}}{\binom{54}{6}}$ .

To je hipergeometrijska slučajna spremenljivka,  $X \sim \text{HGeo}(6, 54, 4)$ .

4. (a) Vsaj enega od izpitov je opravilo 10 študentov smeri FiRa, 18 študentov smeri MaRa in 7 študentov smeri RaTe. Torej je verjetnost enaka  $\frac{10+18+7}{42} = \frac{5}{6}$ .

(b)  $P(\text{MaRa} | \text{oba izpita}) = \frac{P(\text{MaRa in oba izpita})}{P(\text{oba izpita})} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ .

Opomba: Lahko bi uporabili tudi Bayesovo formulo ali Izrek o popolni verjetnosti ( $\{FM, MR, RT\}$  je popoln sistem dogodkov), vendar ob danih podatkih to ni nujno potrebno.

# Verjetnost in statistika 2012/13

2. KOLOKVIJ, 19. JANUAR 2013

*Pišite s kemičnim svinčnikom. Za reševanje imate na voljo 90 minut. Veliko uspeha!*

PRIIMEK IN IME: ..... Vp. številka: .....

1. [10 točk] V vreči so tri kroglice s števili 1, 2, 3. Dvakrat zapored na slepo izvlečemo kroglico, preberemo številko in kroglico vrnemo v vrečo. Naj bo  $X$  največja številka med izvlečenimi,  $Y$  pa najmanjša.

(a) Zapišite tabelo verjetnostne funkcije  $p_{X,Y}$  in robnih porazdelitev  $p_X, p_Y$ .

(b) Ali sta  $X$  in  $Y$  neodvisni? Izračunajte kovarianco  $\text{cov}(X, Y)$ .

2. [10 točk] Zvezna slučajna spremenljivka  $X$  ima gostoto  $f_X(x) = \begin{cases} 2cx^2, & 0 \leq x < 1, \\ c(3-x), & 1 \leq x < 3, \\ 0, & \text{sicer.} \end{cases}$

(a) Določite vrednost konstante  $c$  in porazdelitveno funkcijo  $F_X(x)$  ter skicirajte grafa funkcij  $f_x$  in  $F_X$ .

(b) Določite matematično upanje  $E(X)$  in mediano  $\text{med}(X)$ .

3. [10 točk] Inteligenčni test ima 100 vprašanj. Vsako ima 5 možnih odgovorov, od katerih je pravilen le eden.

(a) S pomočjo normalne aproksimacije ocenite verjetnost, da pravilno odgovorimo na vsaj 25 vprašanj, če odgovore obkrožamo naključno.

(b) Statistika kaže, da je povprečen rezultat na testu 45 pravih odgovorov, standardni odklon je 9. Predpostavimo, da so rezultati normalno porazdeljeni. Koliko pravih odgovorov potrebujemo, da se uvrstimo med 10% najuspešnejših?

4. [10 točk] Za neodvisni slučajni spremenljivki naj velja  $X \sim \text{Exp}(2)$  in  $Y \sim U(-1, 1)$ . Izračunajte verjetnosti  $P(X > 1, Y < 0)$  in  $P(X + Y > 1)$ .

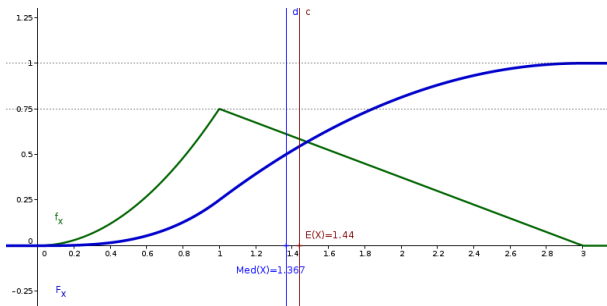
## Rešitev

$X=x \setminus Y=y$	1	2	3	$p_X(x)$
1	1/9	0	0	1/9
2	2/9	1/9	0	3/9
3	2/9	2/9	1/9	5/9
$p_Y(y)$	5/9	3/9	1/9	

1. (a)

- (b) Nista neodvisni, saj npr. majhna vrednost za  $X$  očitno poveča verjetnost, da bo tudi  $Y$  majhna. Druga utemeljitev: npr.  $P(X=1, Y=1) \neq P(X=1)P(Y=1)$ . Za kovarianco izračunamo najprej  $E(X) = 22/9$  in  $E(Y) = 14/9$ , nato še  $XY \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 6 & 9 \\ \frac{1}{9} & \frac{2}{9} & \frac{2}{9} & \frac{1}{9} & \frac{2}{9} & \frac{1}{9} \end{pmatrix}$  in sledi  $E(XY) = 4$ ,  $\text{cov}(X, Y) = 16/9 \doteq 1.78$ .

2. (a)  $c = 3/8$ ,  $F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ \frac{1}{4}x^3, & 0 \leq x < 1; \\ \frac{-3x^2+18x-11}{16}, & 1 \leq x \leq 3; \\ 1, & x > 3. \end{cases}$



(b)  $E(X) = 23/16 \doteq 1.44$ ,  $\text{med}(X) = 3 - \frac{2}{3}\sqrt{6} \doteq 1.37$ .

3. (a) Spremenljivko  $X \sim \text{Bin}(100, 0.2)$  aproksimiramo z  $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$ , kjer je  $\mu = 20$  in  $\sigma = 4$ . To spremenljivko normaliziramo:  $Y' = (Y - \mu)/\sigma$ , ki ima porazdelitev  $Y' \sim N(0, 1)$ . Potem velja  $P(X \geq 30) \doteq P(Y \geq 24.5) = 0.5 - P(0 \leq Y \leq 24.5) = 0.5 - P(0 \leq Y' \leq 1.12) = 0.13$ , torej le okoli 13%.
- (b) Spremenljivko  $X \sim N(45, 9^2)$  normaliziramo:  $X' \sim N(0, 1)$ . Iz tabele vrednosti odčitamo  $a'$ , za katerega je  $P(X' \leq a') \doteq 0.5 - 0.1 = 0.4$ . Dobimo  $a' = 1.28$  in od tod  $a = a' \cdot 9 + 45 \doteq 56.52$ . Da se uvrstimo v zgornjih 10%, potrebujemo vsaj 57 pravih odgovorov.

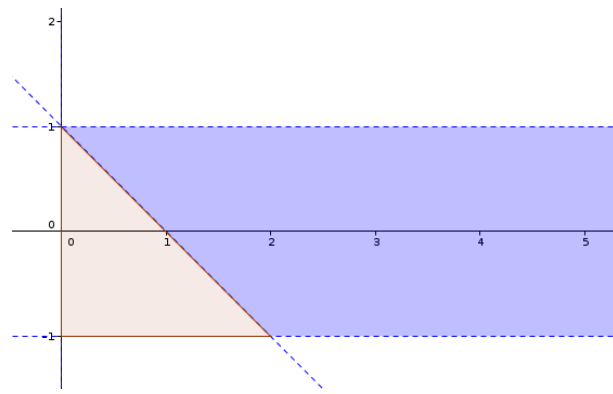
4. Vemo, da velja  $f_X(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0; \end{cases}$  in  $f_Y(y) = \begin{cases} 1/2, & -1 \leq y \leq 1; \\ 0, & |y| > 1. \end{cases}$  Zaradi neodvisnosti je

$$P(X > 1, Y < 0) = P(X > 1)P(Y < 0) = (1 - P(X \leq 1))P(Y < 0) = e^{-2} \cdot \frac{1}{2} \doteq 0.067.$$

Zaradi neodvisnosti velja tudi  $f_{X,Y}(x, y) = f_X(x)f_Y(y) = \begin{cases} e^{-2x}; & x \geq 0, -1 \leq y \leq 1; \\ 0, & \text{sicer.} \end{cases}$

Sledi

$$P(X + Y > 1) = 1 - P(X + Y \leq 1) = 1 - \iint_{\text{rdeči } \Delta} e^{-2x} dx dy = 1 - \int_{x=0}^2 \left( \int_{y=-1}^{1-x} e^{-2x} dy \right) dx = 1 - \frac{e^{-4} + 3}{4} \doteq 0.755.$$



# Verjetnost in statistika 2012/13

PISNI IZPIT, 29. JANUAR 2013

*Pišite s kemičnim svinčnikom. Za reševanje imate na voljo 90 minut. Veliko uspeha!*

PRIIMEK IN IME: ..... Vp. številka: .....

1. Študentje  $A, B, C$  in  $D$  opravljajo izpit. Njihovi uspehi so med seboj neodvisni, verjetnosti zanje pa so zapored 0.6, 0.7, 0.8 in 0.9.

- (a) Kakšna je verjetnost, da izpit opravita vsaj dva študenta?
- (b) Kakšna je verjetnost, da sta izpit opravila  $A$  in  $C$ , če so izpit opravili trije študentje?

2. V vreči so štiri kroglice s števili 0, 1, 2, 3. Dvakrat zapored na slepo izvlečemo kroglico in preberemo številko (brez vračanja). Naj bo  $X$  večja od izvlečenih števil,  $Y$  pa zaporedna številka vlečenja, ko smo jo izvlekli.

- (a) Zapišite tabelo verjetnostne funkcije  $p_{X,Y}$  slučajnega vektorja  $(X, Y)$ .
- (b) Ali sta  $X$  in  $Y$  neodvisni? Določite varianci  $\text{var}(X)$ ,  $\text{var}(Y)$  in kovarianco  $\text{cov}(X, Y)$ .

3. Gostota slučajne spremenljivke  $X$  je podana s predpisom

$$f_X(x) = \begin{cases} ce^x, & x \leq 0; \\ c(1-x), & 0 < x \leq 1; \\ 0, & x > 1. \end{cases}$$

- (a) Določite vrednost konstante  $c$  ter porazdelitveno funkcijo  $F_X(x)$  ter skicirajte  $f_x$  in  $F_X$ .
- (b) Izračunajte matematično upanje  $E(X)$  in mediano  $\text{med}(X)$ .
- (c) Naj bo  $Y \sim U(-1, 1)$ , tako da sta  $X$  in  $Y$  neodvisni. Določite  $P(X + Y > 1)$ .

4. Na inteligenčnem testu je 100 vprašanj s 5 možnimi odgovori, od katerih je pravilen en sam.

- (a) Denimo, da odgovore obkrožamo naključno. Zapišite algebrski izraz za verjetnost, da bomo zadeli natanko 1 ali 2 odgovora (približka ni treba izračunati). Nato na dva načina ocenite verjetnost, da smo zadeli med vključno 15 in 25 odgovori: z uporabo normalne aproksimacije in z uporabo neenačbe Čebiševa.
- (b) Predpostavimo, da so rezultati normalno porazdeljeni s povprečjem 57 in standardnim odklonom 9? Koliko pravih odgovorov potrebujemo, da bi se uvrstili med 5% najuspešnejših?

## Rešitev

1. (a)  $P(\text{vsaj dva}) = 1 - P(\text{noben}) - P(\text{natanko en}) = 1 - 0.4 \cdot 0.3 \cdot 0.2 \cdot 0.1 - 0.6 \cdot 0.3 \cdot 0.2 \cdot 0.1 - 0.4 \cdot 0.7 \cdot 0.2 \cdot 0.1 - 0.4 \cdot 0.3 \cdot 0.8 \cdot 0.1 - 0.4 \cdot 0.3 \cdot 0.2 \cdot 0.9 \doteq 0.9572$ .

(b)  $P(\text{trije}) = 0.6 \cdot 0.7 \cdot 0.8 \cdot 0.1 + 0.6 \cdot 0.7 \cdot 0.2 \cdot 0.9 + 0.6 \cdot 0.3 \cdot 0.8 \cdot 0.9 + 0.4 \cdot 0.7 \cdot 0.8 \cdot 0.9 \doteq 0.4404$ ,

$$P(AC|\text{trije}) = \frac{P(ABC\bar{D} \cup A\bar{B}CD)}{P(\text{trije})} \doteq \frac{0.1632}{0.4404} \doteq 0.3706.$$

2. (a)

$Y=y \setminus X=x$	0	1	2	3	$p_Y(y)$
1	0	1/12	2/12	3/12	1/2
2	0	1/12	2/12	3/12	1/2
$p_X(x)$	0	1/6	2/6	3/6	

(b) Spremenljivki sta neodvisni, saj je  $P(X = x, Y = y) = P(X = x)P(Y = y)$  za vse pare  $x, y$ . Zato je  $\text{cov}(X, Y) = 0$ . Po drugi strani zlahka izračunamo  $\text{var}(X) = 5/9$  in  $\text{var}(Y) = 1/4$ .

3. (a)  $c = 2/3$ ,  $F_X(x) = \begin{cases} 2e^x/3, & x \leq 0; \\ (-x^2 + 2x + 2)/3, & 0 < x \leq 1; \\ 1, & 1 < x. \end{cases}$

(b)  $E(X) = -5/9 \doteq -0.55$ ,  $\text{med}(X) = \ln(3/4) \doteq -0.28$ .

(c)  $P(X + Y > 1) = \int_{x=0}^1 \left( \int_{y=1-x}^1 \frac{c}{2}(1-x)dy \right) dx = 1/18$  (skicirajte območje).

4. (a) Naj bo  $X$  število pravih odgovorov. Potem je  $X \sim \text{Bin}(100, 0.2)$  in  $P(1 \leq X \leq 2) = \binom{100}{1} 0.2 \cdot 0.8^{99} + \binom{100}{2} 0.2^2 \cdot 0.8^{98} = 214 \cdot 0.8^{98} \doteq 6.811 \cdot 10^{-8}$  (praktično nič).

Z normalno aproksimacijo dobimo  $P(15 \leq X \leq 25) \doteq 0.831$  (glej podobno nalogo na prejšnjem kolokviju), z neenačbo Čebiševa pa  $P(|X - 20| \geq 6) \leq 16/36 = 0.555$ , torej  $P(15 \leq X \leq 25) = 1 - P(|X - 20| \geq 6) \geq 0.444$ , kar je precej netočno.

(b) Vsaj 72 odgovorov (glej nalogo na prejšnjem kolokviju).

# Verjetnost in statistika 2012/13

PISNI IZPIT, 4. JULIJ 2013

*Pišite s kemičnim svinčnikom. Za reševanje imate na voljo 90 minut. Veliko uspeha!*

PRIIMEK IN IME: ..... Vp. številka: .....

1. Študentje  $A$ ,  $B$  in  $C$  opravljajo izpit. Njihovi uspehi so med seboj neodvisni, verjetnosti zanje pa so zapored 0.4, 0.5 in 0.9.
  - (a) Slučajna spremenljivka  $X$  naj pomeni število študentov, ki so opravili izpit. Tabelirajte njeno porazdelitev in določite matematično upanje  $E(X)$ .
  - (b) Denimo, da je verjetnost, da izpit opravi  $C$ , enaka  $x$ . Za katero vrednost  $x$  sta dogodek, da izpit opravi  $A$  ali  $B$ , in dogodek, da izpit opravi  $B$  ali  $C$ , neodvisna?
2. Žara vsebuje 2 rdeči, 2 beli in 2 modri kroglici. Brez vračanja izvlečemo tri kroglice. Naj bo  $R$  število rdečih,  $B$  pa število belih kroglic med izvlečenimi.
  - (a) Zapišite tabelo verjetnostne funkcije  $p_{R,B}$  in robnih porazdelitev  $p_R, p_B$ .
  - (b) Ali sta  $R$  in  $B$  neodvisni? Izračunajte kovarianco  $\text{cov}(R, B)$ .
3. Za zvezno slučajno spremenljivko  $X$  velja  $X \sim \text{Exp}(\lambda)$ .
  - (a) Izpeljite enakosti  $E(X) = \lambda^{-1}$  ter  $\text{med}(X) = \lambda^{-1} \ln 2$ .
  - (b) Naj bo  $\lambda = 3$  in naj bo  $Y \sim U(1, 5)$ , tako da sta  $X$  in  $Y$  neodvisni. Izračunajte verjetnost  $P(X > Y)$ .
4. Privzemimo, da so rezultati nacionalnega preizkusa znanja normalno porazdeljeni s povprečjem  $\mu = 61.2$  točk in standardnim odklonom  $\sigma = 7.8$  točk.
  - (a) Merila bodo določena tako, da 10% najslabših kandidatov preizkusa ne opravi. Najmanj koliko točk (zaokroženo na celoštevilsko vrednost) je potrebnih za uspeh?
  - (b) Preizkus je pisalo 20000 kandidatov. Koliko jih doseglo več kot 80 točk?

## Rešitev

1. (a)  $P(X=0)=0.03$ ,  $P(X=1)=0.32$ ,  $P(X=2)=0.47$ ,  $P(X=3)=0.18$ ,  $E(X)=1.8$ .  
(b) V enačbo  $P(A \cup B \cap B \cup C) = P(A \cup B)P(B \cup C)$  vstavimo  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.7$ ,  $P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C) = 0.5 + 0.5x$  in  $P(A \cup B \cap B \cup C) = P(B \cup A \cap C) = P(B) + P(A \cap C) - P(B \cap A \cap C) = 0.5 - 0.2x$ , od koder dobimo  $x = 1$ .

$R \setminus B$	0	1	2	$p_R$
0	0	1/10	1/10	2/10
1	1/10	4/10	1/10	6/10
2	1/10	1/10	0	2/10
$p_B$	2/10	6/10	2/10	

2. (a) Seveda sta odvisni. Ker je  $P(RB=0) = 4/10$ ,  $P(RB=1) = 4/10$ ,  $P(RB=2) = 2/10$ , velja  $E(RB) = 8/10$ , zato je  $\text{cov}(R, B) = E(RB) - E(R)E(B) = 8/10 - 1 = -2/10$ .  
(b) Glej npr. zapiske predavanj.

(b) Ker sta neodvisni, je  $f_{X,Y}(x,y) = f_X(x)f_Y(y) = \begin{cases} \frac{3}{4}e^{-3x}, & x > 0, 1 \leq y \leq 5, \\ 0 & \text{sicer.} \end{cases}$

Verjetnost  $P(X > Y) \doteq 0.004$  izračunamo z dvojnim integralom po ustreznem območju.

4. (a) 52.  
(b) 160.

# Verjetnost in statistika 2012/13

PISNI IZPIT, 28. AVGUST 2013

*Pišite s kemičnim svinčnikom. Za reševanje imate na voljo 90 minut. Veliko uspeha!*

PRIIMEK IN IME: ..... Vp. številka: .....

1. Za dogodke  $A$ ,  $B$  in  $C$  velja naslednje:

- Verjetnost, da se zgodijo vsi trije dogodki hkrati, je enaka 0.
- Verjetnost dogodka  $A$  je  $1/2$  in tudi verjetnost dogodka  $B$  je  $1/2$ .
- Verjetnost, da se je zgodil  $A$ , če se je zgodil  $B$ , je enaka verjetnosti, da se je zgodil  $C$ .
- Dogodka  $A$  in  $C$  sta neodvisna.
- Dogodka  $B$  in  $C$  sta nezdružljiva.

Določite verjetnost, da se zgodi vsaj eden od dogodkov  $A$ ,  $B$  ali  $C$ .

2. Kockar Peter vrže dve igralni kocki. Če na obeh pade šestica, zaključi igro, sicer pa ponovno vrže tisto kocko ali dve, na katerih ni padla šestica. Po drugem metu igro zaključi. Naj bo  $X$  skupno število padlih šestic v obeh metih. Opišite porazdelitev slučajne spremenljivke  $X$  in izračunajte  $E(X)$ .

3. Za zvezno slučajno spremenljivko  $X$  velja  $X \sim \text{Exp}(\lambda)$ .

(a) Izpeljite enakosti  $E(X) = \lambda^{-1}$  ter  $\text{med}(X) = \lambda^{-1} \ln 2$ .

(b) Naj bo  $\lambda = 2$  in naj bo  $Y \sim U(1, 2)$ , tako da sta  $X$  in  $Y$  neodvisni. Izračunajte verjetnost  $P(X > Y)$ .

4. Privzemimo, da so rezultati nacionalnega preizkusa znanja normalno porazdeljeni s povprečjem  $\mu = 50$  točk in standardnim odklonom  $\sigma = 20$  točk.

(a) Kolikšen delež kandidatov je dosegel med 52 in 56 točk?

(b) Neka fakulteta vpisuje le kandidate, ki so po rezultatu v najboljši četrtini. Najmanj koliko točk potrebujejo kandidati za vpis na to fakulteto (zaokrožite na celo točko)?

(c) Denimo, da je preizkus sestavljen iz 100 vprašanj z dvema možnima odgovoroma, pri čemer je pravilen odgovor prinesel 1 točko, napačen pa 0 točk. S pomočjo normalne aproksimacije binomske porazdelitve ocenite verjetnost, da dosežete vsaj 60 točk, če odgovore obkrožate naključno?

## Rešitev

1. Iz podatkov dobimo:

- $P(A \cap B \cap C) = 0$ .
- $P(A) = P(B) = 1/2$ .
- $P(A|B) = P(A \cap B)/P(B) = P(C)$ , torej  $P(A \cap B) = P(C)/2$ .
- $P(A \cap C) = P(A)P(C)$ , torej  $P(A \cap C) = P(C)/2$ .
- $P(B \cap C) = 0$ .

Po načelu vključitve in izključitve sledi

$$P(A \cup B \cup C) = 1/2 + 1/2 + P(C) - P(C)/2 - P(C)/2 - 0 + 0 = 1.$$

2.

$$P(X = 0) = P(\text{nič šestic v 1. metu})P(\text{brez šestic v 2. metu})$$

$$= (5/6)^2(5/6)^2 = \frac{625}{1296} = 0.482,$$

$$P(X = 1) = P(\text{ena šestica v 1. metu in nič v 2.}) + P(\text{nič v 1. metu in ena v 2.})$$

$$= 2(1/6)(5/6) \cdot (5/6) + (5/6)^2 \cdot 2(1/6)(5/6) = \frac{550}{1296} = 0.424,$$

$$P(X = 2) = P(\text{obe v 1. metu}) + P(\text{ena v 1. in ena v 2.}) + P(\text{nič v 1., obe v 2.})$$

$$= (1/6)^2 + 2(1/6)(5/6) \cdot (1/6) + (5/6)^2 \cdot (1/6)^2 = \frac{121}{1296} = 0.093.$$

Sledi  $E(X) = 0.424 + 2 \cdot 0.093 = 0.61$ .

3. (a) Glej npr. zapiske predavanj.

(b) Ker sta neodvisni, je  $f_{X,Y}(x,y) = f_X(x)f_Y(y) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x > 0, 1 \leq y \leq 2, \\ 0 & \text{sicer.} \end{cases}$

Verjetnost  $P(X > Y) \doteq 0.06$  izračunamo z dvojnim integralom po ustreznem območju.

4. (a)  $0.078 \doteq 8\%$ .

(b) Najmanj 64.

(c) 0.03.