

2. sklop Seminarjev - MANA

Seminar 9. 10.

1. (Inverz 2×2 matrike) Dana je matrika $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ z neničelno determinanto ($\det A = ad - bc \neq 0$).

(a) Pokažite, da je potem $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$, t.j. velja $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$,

kjer je $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ identična 2×2 matrika. Ali je A^{-1} enolično določena?

(b) S pomočjo zgornjega zapišite inverzno matriko matrike $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ in poiščite matriki X, Y , ki rešita matrični enačbi $XB = C$ in $BY = C$, kjer je $C = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$.

2. (Inverz 3×3 matrike) Dana je matrika $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ z neničelno determinanto ($\det A \neq 0$).

(a) Z računom preverite, da je

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} A_{11} & -A_{21} & A_{31} \\ -A_{12} & A_{22} & -A_{32} \\ A_{13} & -A_{23} & A_{33} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

kjer je A_{jk} determinanta matrike, ki jo dobimo, če A pobrišemo j -to vrstico in k -ti stolpec, npr. $A_{21} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$. (Zmnožite matriki A in A^{-1} , ter opazite

$A \cdot A^{-1} = I = A^{-1} \cdot A = I$, kjer je $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ identična 3×3 matrika.)

(b) S pomočjo formule (1) izračunajte inverzno matriko B^{-1} matrike

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$