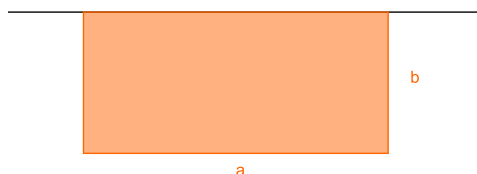


6. sklop - MANA- 13.11. 2024

Glede na evidenco s spletne učilnice sem pri vsaki nalogi pripisal, kdo jo bo predstavljal/a. (Če je mišljeno kako drugače, mi pišite, pa bom popravil.)

1. (Praktični ekstremalni problem) Babica Francka želi z ograjo ograditi zelenjavni vrt pravokotne oblike dimenzij a in b , ki bi bil tik ob eni izmed sten njene hiše. Površina vrta mora biti 10 m^2 . (Ograditi je treba le tri stranice.)



- (a) Količini, ki opisujeta površino vrta in skupno dolžino ograje D , izrazi z a in b . Dolžino ograje D nato izrazi samo z a .
 - (b) Izračunaj stacionarno točko $s \in (0, \infty)$ funkcije D (t.j. $D'(s) = 0$), ter utemelji, da je edina na tem intervalu. Izračunaj $D(s)$. Utemelji še, zakaj je $\lim_{a \rightarrow 0} D(a) = \infty$ in $\lim_{a \rightarrow \infty} D(a) = \infty$. Ali lahko na podlagi dobljenega sklepaš, ali je $D(s)$ minimum funkcije D .
 - (c) Določi dimenzije vrta, da bo zanj potrebno najmanj ograje?
2. Dana je funkcija $f(x) = x^3 - 3x + 3$.
 - (a) Poišči stacionarne točke funkcije f .
 - (b) Izračunaj drugi odvod funkcije f'' in določi, kje je odvod pozitiven, negativen oziroma 0. Točki, kjer se predznak odvoda spremeni, rečemo prevoj.
 - (c) Na podlagi predznaka f'' klasificiraj stacionarne točke in prevoje, ter čimbolj natančno nariši graf f .

Opomba. Predznak drugega odvoda f'' nam pove, ali prvi odvod f' narašča ali pada, oziroma opiše hitrost naraščanja/padanja (pospešek) funkcije f .

Izrek. Naj bo f dvakrat (zvezno) odvedljiva v okolici stacionarne točke a .

- (a) Če je $f''(a) > 0$, potem ima f v točki a lokalni minimum.
- (b) Če je $f''(a) < 0$, potem ima f v točki a lokalni maksimum.