# 11. Seminar - TEMA - Seminar 16. 12. 2024

**Definicija.** Dane so točke $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots (x_n, y_n)$. Premica $f(x) = ax + b$, ki se danim točkam *najbolj prilega* je tista, za katero je izraz

$$R(a, b) = \sum_{j=1}^{n} (f(x_j) - y_j)^2 = \sum_{j=1}^{n} (ax_j + b - y_j)^2, \qquad a, b \in \mathbb{R},$$

minimalen.

**Izrek.** Podatkom $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots (x_n, y_n)$ se najbolj prilega premica $f(x) = ax + b$, kjer je $(a, b)$ rešitev naslednjega sistema enačb (v matrični obliki):

$$\begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{n} x_j^2 & 2\sum_{j=1}^{n} x_j \\ \sum_{j=1}^{n} x_j & 2n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{n} x_j y_j \\ \sum_{j=1}^{n} y_j \end{bmatrix}$$

1. Dokažite zgornji izrek, t.j. poiščite kritično točko zgoraj definirane funkcije $R(a, b)$ in pokažite, da je v njej dosežen lokalni minimum, t.j. pokažite, da
   (a) se sistem enačb $\frac{\partial R}{\partial a} = \frac{\partial R}{\partial a} = 0$ ujema s sistemom enačb v izreku in ga rešite.
   (b) sta lastni vrednosti Hessejeve matrike funkcije $R$, t.j. $2\begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{n} x_j^2 & \sum_{j=1}^{n} x_j \\ \sum_{j=1}^{n} x_j & n \end{bmatrix}$, v poljubni (tudi kritični) točki pozitivni.

2. Poiščite premico, ki se najbolj prilega točkam $(-1, 0)$, $(0, -1)$, $(1, 0)$, $(2, 2)$.