

13. Seminar - TEMA - Seminar 6. 1. 2025

Definicija. Volumen V , masa M , težišče (x_T, y_T, z_T) in vztrajnostni moment okrog x -osi, y -osi, z -osi omejenega telesa D z gostoto $\rho(x, y, z)$ je:

$$V = \int_D 1 dx dy dz, \quad M = \int_D \rho(x, y, z) dx dy dz,$$
$$x_T = \frac{1}{V} \int_D x \rho(x, y, z) dx dy dz, \quad y_T = \frac{1}{V} \int_D y \rho(x, y, z) dx dy dz, \quad z_T = \frac{1}{V} \int_D z \rho(x, y, z) dx dy dz,$$
$$J_x = \frac{1}{V} \int_D x^2 \rho(x, y, z) dx dy dz, \quad J_y = \frac{1}{V} \int_D y^2 \rho(x, y, z) dx dy dz, \quad J_z = \frac{1}{V} \int_D z^2 \rho(x, y, z) dx dy dz.$$

Definicija. Povprečje funkcije $f(x, y, z)$ na omejenem območju D je definirano z:

$$\bar{f} = \frac{1}{v} \int_D f(x, y, z) dx dy dz, \quad P = \int_D dx dy dz.$$

1. Dana enotske kocke s središčem v izhodišču in stranicami, vzporednimi s koordinatnimi osmi, ter z gostoto $\rho(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$. Kolikšna pa je povprečna gostota kocke? Določi še vztrajnostni moment okrog z -osi. Kaj pa v primeru $\rho(x, y, z) = 1$?
 - (a) Določite maso in težišče kocke, če je njena gostota enaka $\rho(x, y, z) = x^2 + y^2$. Kolikšna je povprečna gostota kocke?
 - (b) Določi še vztrajnostni moment dane kocke okrog z -osi, če je njena gostota enaka $\rho(x, y, z) = 1$.
2. Z uporabo trojnega integrala določite volumen, maso in težišče piramide, omejene z ravninami $z = 0$, $x = 0$, $y = 0$, $x + y + z = 1$, in ki ima gostoto $\rho(x, y, z) = z^2$.