

12. sklop - MANA - 8.1. 2025

Glede na evidenco s spletne učilnice sem pri vsaki nalogi pripisal, kdo jo bo predstavil/a. (Če je mišljeno kako drugače, mi prosim pišite, pa bom popravil.)

Izrek. Dan je sistem linearnih diferencialnih enačb s konstantnimi koeficienti:

$$\begin{aligned}y_1' &= ay_1 + by_2 + f(x), \\y_2' &= cy_1 + dy_2 + g(x),\end{aligned}$$

kjer sta $f(x)$ in $g(x)$ neki funkciji, a, b, c, d pa realne konstante. Splošna rešitev tega sistema je oblike

$$y_1 = y_1^H + y_1^P, \quad y_2 = y_2^H + y_2^P,$$

kjer je y_1^H in y_2^H rešitev homogenega dela sistema (t.j. brez $f(x)$ in $g(x)$), y_1^P in y_2^P pa neka (partikularna) rešitev celotnega sistema.

(Opomba: Preveri, ali je rešitev ustrezna.)

1. Dan je sistem linearnih diferencialnih enačb s konstantnimi koeficienti:

$$\begin{aligned}y_1' &= 4y_1 + 7y_2 + f(x), \\y_2' &= -2y_1 - 5y_2 + g(x).\end{aligned}$$

- Poiščite splošno rešitev homogenega sistema, t.j. za $f(x) = g(x) = 0$.
- V primeru $f(x) = -8x - 5$ in $g(x) = 4x - 3$ z uporabo nastavka $y_1 = Ax + B$ in $y_2 = C$, kjer so A, B in C realne konstante, poiščite partikularno rešitev danega sistema, ter nato zapišite še splošno rešitev.
- Določite rešitev sistema, ki ustreza začetnim pogojem $y_1(0) = 1, y_2(0) = -1$.

2. Pri danih začetnih pogojih reši sistem linearnih diferencialnih enačb s konstantnimi koeficienti:

$$\begin{aligned}y' &= -2y - 4z + 4x \\z' &= -y + z + 1\end{aligned}, \quad y(0) = 1, \quad z(0) = 2.$$

Nasvet: Pri iskanju partikularne rešitve si pomagajte z nastavkoma $y = Ax + B$ in $z = Cx + D$.