

Vprašanja za ustni izpit iz OMA 2024/25

Števila

1. Naštejte Peanove aksiome naravnih števil in predstavite uporabo matematične indukcije na zgledu.
2. Naštejte aksiome realnih števil. Navedite kakšno posledico aksiomov in jo dokažite.
3. Dokažite, da obstajajo realna števila, ki niso racionalna. Kaj so algebraična in kaj transcendentna števila?
4. Definirajte supremum urejene množice števil. Zakaj množica \mathbb{Q} ne zadošča Dedekindovemu aksiomu?
5. Realna števila imajo arhimedsko lastnost. Pojasnite in izpeljite iz aksiomov.
6. Racionalna števila so gosta v realnih številih. Pojasnite in izpeljite iz aksiomov.
7. Opišite, kako definiramo potenco pozitivnega realnega števila za poljuben realni eksponent.
8. Opišite osnovne operacije s kompleksnimi števili (seštevanje, množenje, deljenje, absolutna vrednost, konjugiranje) in dokažite njihove lastnosti.
9. Opišite polarni zapis kompleksnega števila in pojasnite, kako s pomočjo tega zapisa množimo, delimo, potenciramo in korenimo.

Zaporedja

1. Definirajte stekališče zaporedja in dokažite, da ima vsako omejeno zaporedje vsaj eno stekališče.
2. Definirajte limito zaporedja in dokažite, da ima vsako zaporedje največ eno limito.
3. Navedite dva izreka o zadostnih pogojih za obstoj limite zaporedja in enega dokažite.
4. Utemeljite konvergenco zaporedja $a_n = \frac{1}{n}$ s pomočjo arhimedske lastnosti.
5. Utemeljite konvergenco geometrijskega zaporedja $a_n = q^n$ (za različne vrednosti q).
6. Definirajte število e kot limito ustreznega zaporedja in dokažite obstoj.
7. Navedite pravila za računanje z limitami zaporedij in jih nekaj dokažite.
8. Razložite pojem podzaporedja in ga povežite s pojmom stekališč zaporedja.
9. Definirajte Cauchyjevo zaporedje in dokažite, da je vsako Cauchyjevo zaporedje konvergentno.
10. Opišite babilonsko metodo za računanje kvadratnega korena.

Številске vrste

1. Definirajte pojma konvergentna vrsta in vsota vrste. Kaj je potrební pogoj za konvergenco vrste?
2. Obravnavajte konvergenco geometrijske vrste.
3. Obravnavajte konvergenco harmonične vrste.
4. Predstavite primerjalni kriterij za vrste s pozitivnimi členi in ga uporabite na zgledu.
5. Predstavite kvocientni in korenski kriterij za vrste s pozitivnimi členi in enega dokažite.
6. Predstavite in dokažite Leibnitzov kriterij za alternirajoče vrste.
7. Predstavite pojma absolutna in pogojna konvergenca vrste.
8. Navedite Riemannova izreka o preurejanju vrst.

Limita in zveznost realnih funkcij

1. Končna limita funkcije v točki (obojeustranska/leva/desna). Definirajte in ilustrirajte z zgledi.
2. Neskončna limita funkcije v točki (obojeustranska/leva/desna). Definirajte in ilustrirajte z zgledi.
3. Končna limita funkcije v ∞ in v $-\infty$. Definirajte in ilustrirajte z zgledi.
4. Z uporabo zveze med limito funkcije in zaporedji dokažite neobstoj limite $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$.
5. Z uporabo principa sendviča dokažite obstoj limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$.
6. Navedite osnovna pravila za računanje s (končnimi) limitami funkcij in kakšno dokažite.
7. Definirajte zveznost funkcije v točki in definicijo pojasnite na izbranih zgledih.
8. Navedite izreke o vsoti, produktu in kvocientu zveznih funkcij in enega dokažite.
9. Navedite izreka o kompozitumu in inverzu zveznih funkcij in enega dokažite.
10. Utemeljite zveznost algebrskih funkcij.
11. Utemeljite zveznost kotnih funkcij ter njihovih inverzov.
12. Navedite in dokažite izrek o obstoju ničle zvezne funkcije (bisekcija).
13. Naštejte lastnosti zveznih funkcij na končnem zaprtem intervalu in kakšno dokažite.