

TEHNIŠKA MATEMATIKA
Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta
2. KOLOKVIJ / 1. IZPIT
26. 1. 2024

1. [25] Dana je funkcija $f(x) = \ln(x^2 + 1) - 1$.

- (a) Določite definicijsko območje in izračunajte ničle funkcije $f(x)$.
- (b) Poiščite lokalne ekstreme funkcije $f(x)$ in jih klasificirajte. Določite zalogo vrednosti funkcije $f(x)$.
- (c) Natančno narišite graf funkcije $f(x)$.

2. (a) [10] Nedoločeni integral katere od danih funkcij

$$f(x) = -\frac{12}{x^2} \sin\left(\frac{3}{x}\right), \quad g(x) = -6 \sin(3 \ln x)$$

je funkcija $H(x) = 2 \cos\left(\frac{3}{x}\right)$. Zapiši še kak primer (t.j. različen od $H(x)$) nedoločenega integrala izbrane funkcije.

- (b) [15] Z uporabo integracije 'per partes' in osnovnega izreka integralskega računa izračunajte naslednji izlimitirani integral:

$$\int_0^{\infty} x e^{-x} dx.$$

3. (a) [15] Določite in klasificirajte lokalne ekstreme funkcije $f(x, y) = x^3 + 2xy - 8x - y^2$.

- (b) [10] Izračunajte dvojni integral

$$\iint_D x^3 y^2 dx dy,$$

kjer je območje integracije D v obliki pravokotnega trikotnika z oglišči $(0, 0)$, $(0, 2)$ in $(1, 2)$.

4. (KOLOKVIJ)

- (a) [11] S pomočjo Riemannovih oziroma Darbouxjevih vsot funkcije $\frac{2^x}{x}$ glede na delitev $2 < \frac{5}{2} < 3 < \frac{7}{2} < 4 < 5$ intervala $[2, 5]$ določite približek za določeni integral

$$\int_2^5 \frac{2^x}{x} dx.$$

(Približek lahko pustite zapisan v obliki vsote.)

- (b) [14] Izračunajte ploščino lika, omejenega s krivuljama $f(x) = x^2 - 3x + 3$ in $g(x) = x^2 + 4x - \frac{1}{2}$ ter premico $x = 2$.

5. (IZPIT)

- (a) [12] Ali za poljubni matriki A in B dimenzij 2×2 velja katera od spodnjih enakosti:

$$(AB)^2 = A^2 B^2, \quad \det(AB) = \det(BA).$$

- (b) [13] Izračunaj lastne vrednosti in lastne vektorje matrike

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Vse odgovore natančno utemeljite.

Dvakrat rešena naloga bo vrednotena z 0 točkami.