

MATEMATIKA V NARAVOSLOVJU
Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta

2. KOLOKVIJ

19. 1. 2024

(Čas pisanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne.)

1. [25] Dana je funkcija

$$f(x) = \frac{e^{2x}}{x+1}.$$

(a) Določite definicijsko območje funkcije $f(x)$. Poiščite intervale naraščanja oziroma padanja in lokalne ekstreme funkcije ter jih klasificirajte.

(b) Natančno narišite graf funkcije $f(x)$.

2. (a) [11] Ali je funkcija $H(x) = 2 \sin(\sqrt{x})$ nedoločeni integral katere od funkcij

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \cos(\sqrt{x}), \quad g(x) = 2 \cos\left(\frac{1}{2}\sqrt{x^3}\right)?$$

(b) [14] S pomočjo integracije 'per partes' izračunajte naslednji nedoločeni integral

$$\int (1+x^3) \ln(x) dx.$$

3. (a) [11] S pomočjo trapezne formule določite približek za določeni integral

$$\int_1^4 \frac{2^x}{x} dx,$$

kjer dani interval $[1, 4]$ razdelimo na 6 enakih podintervalov. (Približek lahko pustite zapisan v obliki vsote.)

(b) [14] Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujeta parabola $y = 2x - x^2$ in premica $y = -\frac{1}{2}x + 1$.

4. (a) [10] Za vsako od funkcij $y = \frac{e^x}{2x+2}$ in $y = x^2$ ugotovite, ali je rešitev diferencialne enačbe

$$e^x y' = 2y^2 x.$$

(b) [15] Rešite linearno diferencialno enačbo

$$y' + \frac{1}{1+x} y = \frac{\sqrt{x}}{1+x}$$

pri danem začetnem pogoju $y(1) = \frac{2}{3}$.

Vse odgovore natančno utemeljite.