

## Ploščina in krožnice

1. Izpelji formulo za izračun ploščine deltoida  $\square ABCD$ .
2. Naj bo  $\triangle ABC$  trikotnik v evklidski geometriji in  $\gamma = K(S, r)$  njegova včrtana krožnica. Označimo dolžine stranic z  $a = BC$ ,  $b = AC$  in  $c = AB$ . Dokažite, da za dolžine višin trikotnika  $\triangle ABC$  velja:

$$v_a = \frac{r(a+b+c)}{a}, \quad v_b = \frac{r(a+b+c)}{b}, \quad v_c = \frac{r(a+b+c)}{c}$$

3. Pravimo, da je štirikotnik *tetiven*, če vsa njegova oglišča ležijo na isti krožnici. Dokažite, da je v evklidski geometriji konveksen štirikotnik  $\square ABCD$  tetiven natanko tedaj, ko so nasprotni notranji koti v  $\square ABCD$  suplementarni.
4. V evklidski geometriji je dan tetieven štirikotnik  $\square ABCD$ . Označimo dolžine stranic z  $a = AB$ ,  $b = BC$ ,  $c = CD$ ,  $d = DA$  ter naj bo  $E$  presečišče diagonal  $\overline{AC}$  in  $\overline{BD}$ . Dokažite, da veljajo naslednje enakosti.

(a)

$$\frac{a}{c} = \frac{AE}{DE} \quad \text{in} \quad \frac{b}{d} = \frac{BE}{AE}$$

(b)

$$\frac{\alpha(\blacktriangle BAE)}{\alpha(\blacktriangle ADE)} = \frac{\alpha(\blacktriangle BCE)}{\alpha(\blacktriangle CDE)} = \frac{\alpha(\blacktriangle ABC)}{\alpha(\blacktriangle ACD)}$$

5. V evklidski geometriji sta dani krožnici  $\gamma_1 = K(S_1, r_1)$  in  $\gamma_2 = K(S_2, r_2)$ , ki se dotikata v točki  $B$  in velja  $S_1 * B * S_2$ . Premica  $p = \overleftrightarrow{S_1 S_2}$  seka krožnico  $\gamma_1$  v točkah  $A$  in  $C$ , krožnico  $\gamma_2$  pa v točkah  $B$  in  $E$ . Naj bo  $t$  premica, ki seka krožnico  $\gamma_1$  v točkah  $B$  in  $D$  ter krožnico  $\gamma_2$  v točkah  $B$  in  $F$ .

(a) Dokažite, da sta trikotnika  $\triangle ABC$  in  $\triangle EBD$  podobna.

(b) Izračunajte dolžino daljice  $\overline{AD}$ , če je  $r_1 = 2$ ,  $r_2 = 1$  ter  $DE = 1$ .

6. V evklidski geometriji je dana krožnica  $\gamma = K(S, r)$  s polmerom  $r = 5$ . Naj bo  $\square ABCD$  štirikotnik, katerega oglišča ležijo na krožnici  $\gamma$ , tako da velja  $A * S * B$  in  $AD = BC = 6$ . Označimo z  $E$  presečišče diagonal  $\overline{AC}$  in  $\overline{BD}$ .

(a) Izračunajte dolžino diagonale  $\overline{AC}$ .

(b) Dokažite, da je  $\square ABCD$  enakokrak trapez.

- (c) Izračunajte ploščino trapeza  $\square ABCD$ .
7. Naj bosta  $\gamma_1$  in  $\gamma_2$  krožnici s središčema  $S_1$  in  $S_2$ , ki se sekata v točkah  $A$  in  $B$ . Ena od njunih skupnih tangent se dotika  $\gamma_1$  v točki  $D$  ter  $\gamma_2$  v točki  $E$ . Dokažite, da premica  $\overleftrightarrow{AB}$  razpolavlja daljico  $\overline{DE}$ .