

NAVODILA ZA DELO NA DALJAVO: MATEMATIKA za učenke in učence 7. razreda

1. **Ponovitev seštevanja in odštevanja ulomkov ter množenja ulomkov** (glej UČBENIK oziroma glej prilogo (dodatek tem navodilom)- ponovitev in reši DL ULOMKI- vaje; razen deljenja ulomkov) **predviden čas 2 uri**
2. **Obratna ulomka** (DL Obratni ulomek reši, U 66 spodaj prepisi v zvezek (tudi PRAVILO), pogledaj 1. rešeni primer U 67), **deljenje ulomkov z naravnim številom** (ponovi U64, 65), **deljenje ulomkov** (U 66, 67, 68- snov *predelaj sam* in si zapiši uvodni primer (U 66) ter 2. rešeni primer (U 67) v zvezek), **predviden čas 1 ura**
3. **Utrjevanje deljenje ulomkov** (DL ULOMKI- vaje; reši zadnji stolpec in U 68/ 2., 3., 4.), **predviden čas 1 ura**
4. **Dvojni ulomek** (U 67 v zvezek prepisi primer nad rešenimi primeri ter 3. rešen primer, vaja U 68/8.), **predviden čas 1 ura**
5. **Enačbe** (U 80, 81, 82, 83) zapis naslova v zvezek, prepisi U81 rešeni primeri št. 1., 2., 3., 5., 6 in 7., vaja U 68/9., **predviden čas 1 ura**
6. **Besedilne naloge** (U 74, 75, 76), napiši naslov v zvezek, prepisi rešene primere št. 2., 3., 4. in vaja U76/1.-8., **predviden čas 2 uri**

Vsa navodila so dana tudi v spletni učilnici MATEMATIKA (Veronika Koščak), kjer so tudi interaktivne vsebine in video posnetki rešenih primerov.

<https://www.os-jmdol.si/>

(zavihek UČENCI/ SPLETNE UČILNICE)

Dodatna razlaga z interaktivnimi nalogami vam je na voljo tudi:

<https://eucbeniki.sio.si/matematika7/663/index.html>

ULOMKI – vaje

$$\frac{5}{6} + \frac{2}{6} =$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{3} =$$

$$6\frac{2}{3} + 4\frac{1}{3} =$$

$$18\frac{3}{4} + 3\frac{3}{8} =$$

$$60 + \frac{5}{8} =$$

$$42 + 2\frac{2}{3} =$$

$$16\frac{1}{3} + 5\frac{3}{4} =$$

$$5\frac{3}{5} + 3\frac{1}{2} + 4\frac{3}{4} =$$

$$\frac{7}{8} + \frac{3}{8} =$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} =$$

$$5\frac{2}{3} + 2\frac{1}{3} =$$

$$10\frac{4}{5} + 3\frac{3}{10} =$$

$$50 + \frac{4}{7} =$$

$$22 + 1\frac{1}{2} =$$

$$15\frac{1}{4} + 4\frac{2}{3} =$$

$$4\frac{3}{4} + 3\frac{1}{2} + 5\frac{3}{5} =$$

$$\frac{5}{9} + \frac{7}{9} =$$

$$3\frac{2}{3} - \frac{1}{3} =$$

$$4\frac{2}{3} + 5\frac{1}{2} =$$

$$12\frac{3}{5} - 6\frac{3}{10} =$$

$$10 + 5\frac{4}{5} =$$

$$20 - \frac{7}{9} =$$

$$4\frac{3}{4} - 3 =$$

$$17\frac{1}{8} - 7\frac{1}{6} =$$

$$5\frac{1}{4} - 3\frac{1}{3} + 5\frac{1}{12} =$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{8} =$$

$$\frac{56}{75} \cdot \frac{35}{48} =$$

$$12 \cdot \frac{5}{6} =$$

$$\frac{13}{28} \cdot 21 =$$

$$4 \cdot 3\frac{1}{2} =$$

$$3\frac{3}{4} \cdot 30 =$$

$$1\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} =$$

$$\frac{8}{9} \cdot 2\frac{7}{10} =$$

$$4\frac{1}{5} \cdot 10\frac{5}{7} =$$

$$2 \cdot 2\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{6} \cdot 9 \cdot 9\frac{1}{3} =$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} =$$

$$\frac{64}{75} \cdot \frac{25}{52} =$$

$$14 \cdot \frac{4}{7} =$$

$$\frac{7}{35} \cdot 45 =$$

$$2 \cdot 3\frac{1}{4} =$$

$$5\frac{1}{4} \cdot 30 =$$

$$\frac{8}{9} \cdot 2\frac{7}{10} =$$

$$1\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} =$$

$$4\frac{1}{5} \cdot 5\frac{5}{7} =$$

$$9 \cdot 9\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{9} \cdot 2 \cdot 2\frac{2}{5} =$$

$$\frac{11}{12} : \frac{5}{6} =$$

$$4\frac{2}{7} : 6 =$$

$$3 : 3\frac{1}{2} =$$

$$\frac{13}{15} : 26 =$$

$$24 : \frac{12}{25} =$$

$$13\frac{1}{2} : 2\frac{1}{4} =$$

$$1 : 2\frac{1}{3} =$$

$$\frac{7}{12} : 1\frac{1}{6} =$$

$$\frac{4}{5} : \frac{11}{25} =$$

$$5\frac{1}{4} : 7 =$$

$$3 : 3\frac{1}{2} =$$

$$\frac{6}{15} : 30 =$$

$$15 : \frac{5}{18} =$$

$$18\frac{1}{3} : 2\frac{4}{9} =$$

$$1 : 3\frac{1}{3} =$$

$$\frac{7}{15} : 2\frac{4}{5} =$$



Obratni ulomek

Izpolni tabelo

Ulomek	Ulomek z zamenjanim števcem in imenovalcem	Produkt obeh ulomkov	Pravilo
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} =$	Ulomka, katerih produkt je 1, sta obratna ulomka.

1. Seštevanje ulomkov z enakimi imenovalci

Z mojim do znanja:
- kako seštevaj ulomke z enakimi imenovalci,
- katere računski zakone veljajo za seštevanje ulomkov z enakimi imenovalci.



Luka in Ana sta tekla na 500 m dolgi stezi. Luka je pretekel progo v $1\frac{1}{2}$ minute, Ana pa je bila $\frac{3}{4}$ minute za njim. Koliko minut je potrebovala Ana, da je pretekla progo?

Če želimo določiti, koliko minut je potrebovala Ana, bomo x času, ki ga je potreboval Luka, da je pretekel progo, prišteli še Anin zaostanek. Ulomka $1\frac{1}{2}$ in $\frac{3}{4}$ seštevamo tako, da celo število prepisemo, števca ulomkov seštejemo, imenovalce pa prepisemo. Rezultat uredimo in okrajšamo.

$$1\frac{1}{2} \text{ min} + \frac{3}{4} \text{ min} = 1\frac{2}{4} \text{ min} + \frac{3}{4} \text{ min} = 2\frac{2}{4} \text{ min}$$

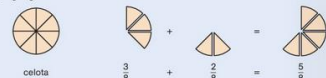
Ana je potrebovala $2\frac{1}{2}$ min, da je pretekla 500 m.

Mojster reši

1. Mija in Maks želita grafično prikazati vsoto ulomkov $\frac{3}{8}$ in $\frac{2}{8}$ na različna načina. Mija z deli kroga, Maks pa na številskem potrkazu.

Mija je krog, ki ponazarja celoto, razdelila na osem enakih delov. Ulomek $\frac{3}{8}$ ponazarjajo tri deli, ulomek $\frac{2}{8}$ pa dva dela. Hitro vidimo, da je vsota enaka petim delom.

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$$



Maks je narisal številski potrkaz, kjer vsak centimeter ponazarja $\frac{1}{8}$. Prvi ulomek je predstavljen s tremi odseki traku, drugi z dvema. Na številskem potrkazu vidimo, da je vsota enaka $\frac{5}{8}$.

96 | Seštevanje ulomkov z enakimi imenovalci

č) Tudi v tem primeru računamo enako kot v primeru c, le da računamo vsoto treh ulomkov.

$$6\frac{1}{8} + \frac{5}{8} + \frac{7}{8} = (6 + 4 + 1) \cdot \frac{1}{8} + \frac{5}{8} + \frac{7}{8} = 11 + \frac{5}{8} + \frac{7}{8} = 12\frac{12}{8}$$

ali

$$6\frac{1}{8} + \frac{5}{8} + \frac{7}{8} = 6\frac{12}{8} + \frac{12}{8} = 7\frac{24}{8} = 9$$

d) Vsoto $10,3 + 1\frac{7}{10}$ lahko izračunamo na dva načina.

1. način: Decimarno število zapišemo z ulomkom.

$$10,3 + 1\frac{7}{10} = 10\frac{3}{10} + 1\frac{7}{10} = 11\frac{10}{10} = 12$$

2. način: Desetiški ulomek zapišemo kot decimarno število.

$$10,3 + 1\frac{7}{10} = 10,3 + 1,7 = 12,0 = 12$$

3. Izračunaj vsoti.

a) $\frac{1}{5} + \frac{3}{5}$ in $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}$ b) $(\frac{1}{10} + \frac{2}{10}) + \frac{7}{10}$ in $(\frac{2}{10} + \frac{7}{10}) + \frac{1}{10}$

Reševanje:

a) $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$ $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

Ne glede na vrstni red seštevanec dobimo enak rezultat. Iz tega sklepamo, da lahko vrstni red seštevanca poljubno zamenjamo.



Tudi za seštevanje ulomkov z enakimi imenovalci velja zakon o zamenjavi seštevanca.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{b}{c} + \frac{a}{c}; c \neq 0$$

b) $(\frac{1}{10} + \frac{2}{10}) + \frac{7}{10} = \frac{3}{10} + \frac{7}{10} = 1$ $\frac{1}{10} + (\frac{2}{10} + \frac{7}{10}) = \frac{1}{10} + \frac{9}{10} = 1$

Izmed treh seštevanec lahko poljubna dva združimo v delno vsoto in pritejemo tretjega.

Iz tega sklepamo, da lahko seštevanca poljubno združujemo.



Za seštevanje ulomkov z enakimi imenovalci velja zakon o združevanju seštevanca.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} + \frac{d}{c} = \frac{a+b+d}{c}; c \neq 0$$

$$(\frac{1}{10} + \frac{2}{10}) + \frac{7}{10} = \frac{3}{10} + \frac{7}{10} = 1$$

98 | Seštevanje ulomkov z enakimi imenovalci

2. Odštevanje ulomkov z enakimi imenovalci

Z mojim do znanja:
- kako odštevaš ulomke z enakimi imenovalci.



Luka pravi, da skala, ki na zraku tehtja $1\frac{5}{6}$ kg, v vodi tehtja $7\frac{1}{6}$ kg. Ano zanima, za koliko kilogramov se skala v vodi navidezno lažja.

Če želimo vedeti, za koliko kilogramov je skala v vodi navidezno lažja, odštejemo maso skale v vodi od mase skale na zraku.

$$1\frac{5}{6} \text{ kg} - 7\frac{1}{6} \text{ kg} = 8\frac{4}{6} \text{ kg} - 7\frac{1}{6} \text{ kg}$$

Skala je v vodi navidezno lažja za $8\frac{3}{6}$ kg.

Ulomek z enakimi imenovalci odštejemo tako, da števca drugega ulomka (odštevanca) odštejemo od števca prvega ulomka (zmanjevanca), imenovalce pa ostanem nespremenjeni.

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}; a \geq b; c \neq 0$$

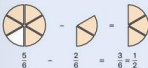
Mojster reši

1. Prikazi razliko ulomkov $\frac{7}{8}$ in $\frac{2}{8}$:

- a) z deli kroga
b) na številskem potrkazu

Reševanje:

a) Krog razdelimo na šest enakih delov. Najprej prikazemo prvi ulomek tako, da pobarvamo pet delov, nato dva pobarvana dela odstranimo. Tako ostanejo še trije pobarvani deli kroga.



$$\frac{5}{8} - \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$$

104 | Odštevanje ulomkov z enakimi imenovalci



Ulomek z enakimi imenovalci seštevamo tako, da seštejemo števca, imenovalce pa ostanem nespremenjeni.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}; c \neq 0$$

2. Seštej.

a) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$ b) $\frac{4}{9} + \frac{7}{9}$ c) $2\frac{1}{4} + 3\frac{1}{4}$ d) $6\frac{1}{8} + 4\frac{5}{8} + 1\frac{7}{8}$ e) $10,3 + 1\frac{7}{10}$

Reševanje:

a) Ulomek z enakimi imenovalcem (ki označujeta različno število enako velikih delov celote) seštevamo tako, da imenovalce prepisemo, števca pa seštejemo.

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \quad \frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{1+2}{5}$$

b) Če pri seštevanju ulomkov dobimo v števcu število, ki je večje od imenovalca, vsoto zapišemo s celim delom in ulomkom, katerega števec je manjši od imenovalca.

$$\frac{4}{9} + \frac{7}{9} = \frac{11}{9} = 1\frac{2}{9}$$

c) Ulomek $2\frac{1}{4} + 3\frac{1}{4}$ lahko seštejemo na dva načina.

1. način: Če so ulomki zapisani kot cel del in ulomek, manjši od ena, seštejemo cele dele posebej in ulomek posebej – pri tem seštejemo števca, imenovalce pa ostanem nespremenjeni.

$$2\frac{1}{4} + 3\frac{1}{4} = (2 + 3) + (\frac{1}{4} + \frac{1}{4}) = 5 + \frac{2}{4} = 5\frac{1}{2}$$

Vsoto zapišemo z okrajšanim ulomkom.

$$5 + \frac{2}{4} = 5\frac{1}{2} \quad \text{Med naravnim številom in ulomkom lahko znak za seštevanje izpustimo.}$$

2. način: Cele dele najprej spremenimo v ulomke s števcem, večjim od imenovalca, in nato ulomke seštejemo.

$$2\frac{1}{4} + 3\frac{1}{4} = \frac{9}{4} + \frac{13}{4} = \frac{22}{4} = 5\frac{2}{4} = 5\frac{1}{2} \quad \frac{2}{4} = \frac{2 \cdot 1}{4 \cdot 1}$$

Seštevanje ulomkov z enakimi imenovalci | 97

4. Rezervoar za vodo drži 30 € . Jan je z vedrom prinesel $11\frac{5}{10}$ €, Tine 9 € in Rok $9\frac{2}{10}$ € vode. Ali so napolnili rezervoar?

Ali so napolnili rezervoar, ugotovimo tako, da količine vode, ki so jih prinesli, seštejemo.

$$11\frac{5}{10} \text{ €} + 9 \text{ €} + 9\frac{2}{10} \text{ €} = 29\frac{7}{10} \text{ €} = 30 \text{ €}$$

Odgovor: Da, Jan, Tine in Rok so napolnili rezervoar.

Vaja dela mojstra

1. Razdeli in pobarvaj prazne like tako, da bo vrednost vsote pravilno narisana. K vsaki sliki zapiši račun seštevanja in ga izračunaj.



2. Seštej.

a) $\frac{2}{5} + \frac{1}{5} =$ b) $\frac{8}{11} + \frac{2}{11} =$ c) $\frac{2}{3} + 7 =$

d) $3 + \frac{3}{4} =$ e) $\frac{1}{7} + \frac{5}{7} =$

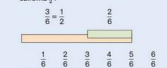
3. Seštej in okrajšaj.

a) $\frac{1}{8} + \frac{3}{8} =$ b) $\frac{1}{12} + \frac{8}{12} =$ c) $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} =$

d) $\frac{5}{16} + \frac{5}{16} =$ e) $\frac{3}{4} + \frac{5}{10} =$ f) $\frac{9}{14} + \frac{1}{14} =$

Seštevanje ulomkov z enakimi imenovalci | 99

b) Narisamo številski potrkaz (naprepostojte je, če je $\frac{1}{2}$ dolga 1 cm). Najprej pobarvamo pet enot dolg trak, da ponazorimo prvi ulomek. Nato pobarvamo trikrat skrajšano za dve enoti (s tem smo odšteli drugi ulomek). Ostane tri enote dolg trak, kar je $\frac{3}{2}$ ostroma $\frac{1}{2}$.



Za odštevanje ulomkov z enakimi imenovalci ne velja zakon o zamenjavi seštevanca in ne zakon o združevanju.

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} \neq \frac{a-b}{c}; \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} \neq \frac{a}{c-b}; \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} \neq \frac{a-b}{c-b}$$

2. Odštej.

a) $\frac{7}{9} - \frac{5}{9}$ b) $\frac{3}{15} - \frac{2}{15}$ c) $1 - \frac{5}{11}$ d) $\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$ e) $1,8 - \frac{3}{10}$

Reševanje:

a) Ulomek z enakimi imenovalci odštejemo podobno, kot jih seštevamo.

$$\frac{7}{9} - \frac{5}{9} = \frac{2}{9}$$

b) Če so ulomki zapisani kot cel del in ulomek, manjši od celote, odštejemo cele dele posebej in ulomek posebej, da je to mogoče.

$$3\frac{3}{15} - 2\frac{2}{15} = 1\frac{1}{15}$$

c) Cel del najprej ustrezno preoblikujemo v ulomek, ki ima enak imenovalce kot ulomek odštevanca.

$$1 - \frac{5}{11} = \frac{11}{11} - \frac{5}{11} = \frac{6}{11}$$

d) Razlika $2\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$ lahko izračunamo na dva načina.

$$1. \text{ način: } 2\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{9}{4} - \frac{3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$2. \text{ način: } 2\frac{1}{4} + 1 + 1 + \frac{4}{4} - 1 + \frac{4}{4} - 1 + \frac{4}{4} - 1 + \frac{4}{4} = \frac{5}{4}$$

Števec prvega ulomka mora biti večji od števca drugega ulomka, zato od celoga dela vzamemo eno celoto in jo zapišemo z ulomkom.

$$2. \text{ način: } 2\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = 2 - \frac{2}{4} = 1\frac{2}{4} = 1\frac{1}{2}$$

Cel del najprej spremenimo v ulomek s števcem, večjim od imenovalca, nato pa odštejemo.

$$d) 1,8 - \frac{3}{10} = 1,8 - 0,3 = 1,5$$

Če ulomek ni desetiški, računamo z ulomki.

ali $1,8 - \frac{3}{10} = 1,8 - \frac{3}{10} = 1\frac{8}{10} - \frac{3}{10} = 1\frac{5}{10} = 1\frac{1}{2}$

3. Spretno izračunaj $4\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2}$.

Kadar imamo več odštevanca, jih lahko združimo in njihovo vsoto odštejemo od zmanjevanca.

$$4\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2} = \frac{9}{2} - \frac{5}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

4. V vrč nalijemo $\frac{1}{10}$ € sirupa in $\frac{6}{10}$ € vode ter premešamo, da dobimo sok. Nato si v kozarec nalijemo $\frac{2}{10}$ € soka. Koliko soka ostane v vrču?

Najprej izračunamo, koliko sirupa in vode smo nallili v vrč.

$$\frac{1}{10} \text{ €} + \frac{6}{10} \text{ €} = \frac{7}{10} \text{ €} \text{ v vrču dobimo } \frac{7}{10} \text{ € soka.}$$

Nato izračunamo, koliko soka ostane v vrču, ko v kozarec natočimo $\frac{2}{10}$ € soka.

$$\frac{7}{10} \text{ €} - \frac{2}{10} \text{ €} = \frac{5}{10} \text{ €} = \frac{1}{2} \text{ €}$$

Odgovor: V vrču ostane $\frac{1}{2}$ € soka.

Vaja dela mojstra

1. Odštej.

a) $\frac{5}{11} - \frac{3}{11} =$ b) $\frac{6}{13} - \frac{2}{13} =$ c) $\frac{9}{7} - \frac{2}{7} =$

d) $\frac{7}{10} - \frac{4}{10} =$ e) $\frac{11}{5} - \frac{7}{5} =$

Odštevanje ulomkov z enakimi imenovalci | 105

5. Množenje ulomka z naravnim številom

Z mojim do znanja:
kako množim ulomek z naravnim številom.



Luka je povabil prijatelje na praznovanje rojstnega dne. Za običajne kruhke je kupil pet francoskih štruc, od katerih vsaka tehta $\frac{2}{5}$ kg. Koliko kilogramov kruha je kupil Luka?

Če hočemo ugotoviti, koliko kruha je kupil, moramo seštetj mase posameznih štruc.

$$\frac{2}{5} \text{ kg} + \frac{2}{5} \text{ kg} + \frac{2}{5} \text{ kg} + \frac{2}{5} \text{ kg} + \frac{2}{5} \text{ kg} = \frac{10}{5} \text{ kg} = 2 \text{ kg}$$

Ker vse štruce tehtajo enako, lahko do rezultata pridemo tudi tako, da maso ene štruce pomnožimo s številom štruc.

$$5 \cdot \frac{2}{5} \text{ kg} = \frac{2 \cdot 5}{5} \text{ kg} = \frac{2 \cdot \cancel{5}}{\cancel{5}} \text{ kg} = 2 \text{ kg}$$

Vidimo, da smo z naravnim številom 5 pomnožili le števec, imenovalce pa je ostal nespremenjen. Dobili smo $\frac{2}{5}$, kar je 2.

Luka je kupil 2 kg kruha.



Ulomek množimo z naravnim številom tako, da števec pomnožimo s naravnim številom, imenovalce pa so ne spremenimo.

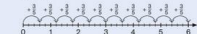
$$\frac{a}{b} \cdot n = \frac{a \cdot n}{b}, b \neq 0$$

$$\frac{2}{5} \cdot 5 = \frac{2 \cdot 5}{5}$$

Mojster reši:

1. Kaja je merila dolžino sobe $\frac{3}{4}$ m dolgih koraki. Koliko metrov bo namerila po desetih korakih?

Grafično:



$$10 \cdot \frac{3}{4} = \frac{30}{4} = 7 \frac{3}{4}$$

6 | Množenje ulomka z naravnim številom

Množenje ulomka z naravnim številom | 7

Računsko: Če hočemo ugotoviti, koliko metrov je prehodila, moramo dolžino rjnjega koraka pomnožiti z 10.

$$\frac{3}{5} \cdot 10 = \frac{3 \cdot 10}{5} = \frac{3 \cdot 2 \cdot \cancel{5}}{\cancel{5}} = 6$$

Preprosteje je, če ulomek že prej okrajšamo, ne šele v rezultatu.

Bodi pozoren na zapik: $10 \cdot \frac{3}{5} = \frac{30}{5}$

Odgovor: Kaja bo po desetih korakih namerila 6 m.

2. Izračunaj produkt:

a) $4 \cdot \frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{8}$

Reševanje:

a) Ulomek $\frac{2}{3}$ pomnožimo z naravnim številom 4 tako, da ulomek najprej zapišemo brez celega dela ($4 \frac{2}{3} = \frac{14}{3}$) in nato pomnožimo števec ulomka z naravnim številom.

$$4 \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{3} = \frac{8}{3} = 2 \frac{2}{3}$$

b) Produkt naravnega števila in ulomka s števcem 1 je enak 1, kadar je naravno število enako imenovalcu.

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{8 \cdot 1}{8} = 1 \quad \left(n \cdot \frac{1}{n} = 1 \right)$$

3. Manca bi rada kupila televizorja spremelnik, katerega cena je 420 €. Privarčevala je že $\frac{1}{6}$ zneska. Koliko denarja še potrebuje za nakup spremelnika?

Nalogo lahko izračunamo na dva načina.

1. način: Izračunamo, koliko denarja je Manca privarčevala.

$$\frac{1}{6} \text{ od } 420 \text{ €} = (420 : 6) \text{ €} = 5 \cdot 70 \text{ €} = 350 \text{ €}$$

$$\frac{1}{6} \text{ od } 420 = \frac{420}{6} = \frac{5 \cdot 84}{6} = \frac{5 \cdot 420}{6}$$

$$\frac{420}{6} = 70 \text{ €}$$

2. način: Ker je Manca privarčevala že $\frac{1}{6}$ denarja, ji za nakup televizorja manjka še $\frac{5}{6}$ zneska.

$$\frac{5}{6} \text{ od } 420 \text{ €} = (420 : 6) \text{ €} = 70 \text{ €}$$

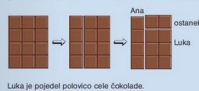
Odgovor: Ker je cena televizorja 420 €, ji manjka še 70 €.

6. Množenje ulomka z ulomkom

Z mojim do znanja:
kako množim ulomek z ulomkom.



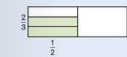
Ana dobi čokolado in jo $\frac{2}{3}$ pokoloni Luka. Luka je sladkega darila vesel in takoj poje $\frac{1}{4}$ dobjene čokolade. Kolikšen del cele čokolade je pojedel?



Luka je pojedel polovico cele čokolade.

Mojster reši:

1. Od $\frac{1}{2}$ travnatega zemljišča sta $\frac{2}{3}$ namenjeni nogometnemu igrišču. Kolikšen del celotnega zemljišča zavzema nogometno igrišče?



Če želimo ugotoviti, kolikšen del zemljišča zavzema nogometno igrišče, moramo izračunati, koliko je $\frac{2}{3}$ od $\frac{1}{2}$ zemljišča. Celotno zemljišče razdelimo na polovico, dobimo polovico pa razdelimo še na tri enake dele.

$$\frac{1}{2} \text{ od } \frac{2}{3} = \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 1}{3 \cdot 2} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Odgovor: Nogometno igrišče zavzema $\frac{1}{6}$ celotnega zemljišča.

Množenje ulomka z ulomkom | 11



Ulomek množimo z ulomkom tako, da števec pomnožimo s števcem, imenovalce pa z imenovalcem.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}, b \neq 0, d \neq 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 5} = \frac{3}{10}$$

Naravno število zapíšemo z ulomkom, ki ima imenovalce 1.

2. Izračunaj produkt:

a) $16 \cdot \frac{3}{5}$ b) $\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{15}$ c) $2 \frac{7}{10} \cdot \frac{8}{9}$ d) $\frac{4}{5} \cdot 0,2$

Reševanje:

a) Množenje ulomka z naravnim številom smo spoznali že v prejšnjem razdelku. Lahko pa produkt $16 \cdot \frac{3}{5}$ izračunamo tudi tako, da naravno število 16 zapíšemo kot ulomek s imenovalcem 1 in pomnožimo s ulomkom $\frac{3}{5}$.

$$16 \cdot \frac{3}{5} = \frac{16 \cdot 3}{5} = \frac{48}{5} = 9 \frac{3}{5}$$

$$b) \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{15} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 15} = \frac{10}{90} = \frac{1}{9}$$

Faktorje smo krajšali.

c) Pri množenju ulomka krajšamo, ker s tem poenostavimo potek računanja.

$$2 \frac{7}{10} \cdot \frac{8}{9} = \frac{27}{10} \cdot \frac{8}{9} = \frac{27 \cdot 8}{10 \cdot 9} = \frac{3 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 4}{2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{10 \cdot 2}{5 \cdot 2} = 2 \frac{4}{5}$$

Ulomek množimo z ulomkom tako, da najprej ulomek zapišemo brez celih delov, nato pa med seboj pomnožimo števec in imenovalce.

$$d) \frac{1}{5} \cdot 0,2 = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{10} = \frac{2}{50} = \frac{1}{25} \quad \text{ali} \quad \frac{1}{5} \cdot 0,2 = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{10} = \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot 5} = \frac{2}{25} = 0,08 = 0,2 \cdot 0,2 = 0,16$$

Preddel množimo, spremenimo desetiški ulomek v decimalno število ali obratno.

3. Preveri, ali lahko zamenjavi vrstni red faktorjev $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \frac{3}{8} \quad \text{ali} \quad \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 2} = \frac{3}{8}$$

Vidimo, da je produkt v obeh primerih enak. Sklepamo, da lahko vrstni red faktorjev zamenjamo. O tem govori zakon o zamenjavi faktorjev.



Za množenje ulomkov velja zakon o zamenjavi faktorjev.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b}, b, d \neq 0$$

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 4} = \frac{15}{24}$$

4. Preveri, ali lahko v produktu poljubno združimo faktorje $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}$.

$$\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \right) \cdot \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 4} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$$

Vidimo, da je produkt v obeh primerih enak. Sklepamo, da lahko faktorje poljubno združujemo. O tem govori zakon o združevanju faktorjev.



Za množenje ulomkov velja zakon o združevanju faktorjev.

$$\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \right) \cdot \frac{e}{f} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \cdot \frac{e}{f}, b, d, f \neq 0$$

5. Izračunaj vrednost izraza $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3} \right)$.

Vrednost izraza lahko izračunamo tako, da upoštevamo vrstni red računskih operacij. Najprej izračunamo vrednost v oklepaju in nato množimo.

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3} \right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} \right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{9}{12} + \frac{8}{12} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{17}{12} = \frac{17}{24}$$

Za pri računanju z naravnimi števili smo spoznali zakon o razširjanju, ki pomeni, da s faktorjem, ki je pred oklepajem, to je $\frac{1}{2}$, pomnožimo oba člena v oklepaju, v našem primeru sta to ulomka $\frac{3}{4}$ in $\frac{2}{3}$.

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{3}{8} + \frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 8}{3 \cdot 8} = \frac{9}{24} + \frac{8}{24} = \frac{17}{24}$$



Za množenje ulomkov velja zakon o razširjanju.

$$\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f} \right) = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} + \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f}, b, d, f \neq 0$$

Zakon o razširjanju pa lahko uporabimo tudi v obratni smeri. Kot vidimo, v obeh členih nastopa faktor $\frac{1}{2}$, ki ga lahko izpostavimo. Pravimo, da izpostavimo skupni faktor.

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{3}{8} + \frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 8}{3 \cdot 8} = \frac{9}{24} + \frac{8}{24} = \frac{17}{24}$$

12 | Množenje ulomka z ulomkom

Množenje ulomka z ulomkom | 13

7 DELJENJE ULOMKA Z ULOMKOM

Izvedel tebi:
- kaj je obratni ulomek,
- kako izračunamo količnik pojavnih dveh ulomkov.

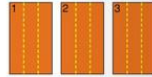


Špela je v skrbi za nasad babičinih jagod prosila dedka, da ga vsak večer prekrje s plastičnimi ponjavami, od katerih vsaka prekrje $\frac{3}{10}$ grede.

RAZMISLI Koliko je najmanjše število ponjav, potrebnih za zaščito jagod?

Ugotoviti moramo koliko ponjav z velikostjo $\frac{3}{10}$ grede potrebujemo za površino nasada z velikostjo $\frac{4}{5}$ grede oziroma kolikokrat število $\frac{3}{10}$ deli število $\frac{4}{5}$.

$$\frac{4}{5} : \frac{3}{10}$$

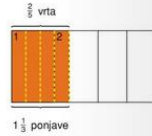
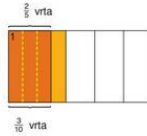


Ulomka razširimo na enak imenovalac in nato delimo števec obeh ulomkov:

$$\frac{4}{5} : \frac{3}{10} = \frac{4 \cdot 2}{10} : \frac{3}{10} = 4 : 3 = 1 \frac{1}{3}$$

Za pokritje dela vrta z jagodami bi zadoščalo $1 \frac{1}{3}$ ponjave.

Ena ponjava bo očitno premalo.



Obratni ulomek

Špela je napravila napako in pri ulomku zamenjala števec in imenovalac ter namesto $\frac{3}{10}$ zapisala $\frac{10}{3}$.

Izračunajmo produkt ulomkov, ki imata števec in imenovalac zamenjan.

$$\frac{3}{10} \cdot \frac{10}{3} = \frac{3 \cdot 10}{10 \cdot 3} = 1$$

Produkt ulomkov, ki imata števec in imenovalac zamenjan, je vedno enak številu 1.

OBRTNI ULOMEK

Obratna ulomka sta ulomka, katerih produkt je enak 1.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$$

66

Pri pokrivanju jagodnega nasada smo izračunali količnik ulomkov $\frac{4}{5} : \frac{3}{10}$. Enak rezultat dobimo, če množimo ulomek $\frac{4}{5}$ z obratnim ulomkom od $\frac{3}{10}$.

$$\frac{4}{5} : \frac{3}{10} = \frac{4}{5} \cdot \frac{10}{3} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 2}{5 \cdot 3 \cdot 1} = \frac{4 \cdot 1 \cdot 1}{3} = 1 \frac{1}{3}$$

delimo z ulomkom

množimo z obratnim ulomkom

Deljenje z ulomkom lahko nadomestimo z množenjem z obratnim ulomkom.

DELJENJE ULOMKOV

Ulomke delimo z drugim ulomkom tako, da ga pomnožimo z obratno vrednostjo drugega ulomka:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Ker lahko količnik števil $a : b$ zapišemo kot ulomek $\frac{a}{b}$, lahko tudi količnik dveh ulomkov $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$ zapišemo kot nov ulomek, ki ima v števcu prvi ulomek in v imenovalcu drugi ulomek. Takemu ulomku pravimo **dvojni ulomek**.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$\frac{a}{c} : \frac{b}{d} = \frac{a}{c} \cdot \frac{d}{b} = \frac{a \cdot d}{c \cdot b}$$

Kateri računski zakoni veljajo za množenje in deljenje ulomkov?
DZ – naloga 3.5



REŠENI PRIMERI



Ali za računanje z ulomki velja zakon o razbremenjuvanju?
DZ – naloga 3.6

1. Ali sta ulomka $\frac{8}{15}$ in $1 \frac{1}{3}$ drug drugemu obratna ulomka? Pokaži.

$$\text{Rešitev: } \frac{8}{15} \cdot 1 \frac{1}{3} = \frac{8}{15} \cdot \frac{4}{3} = \frac{8 \cdot 4}{15 \cdot 3} = \frac{32}{45} \neq 1$$

Ulomka sta obratna, saj je njihov produkt enak 1.

2. Izračunaj količnike.

a) $\frac{8}{25} : \frac{4}{15}$ b) $\frac{3}{11} : 0,8$ c) $3 \frac{3}{5} : 1 \frac{4}{10}$ d) $12 : \frac{3}{4}$

Rešitev:

a) $\frac{8}{25} : \frac{4}{15} = \frac{8}{25} \cdot \frac{15}{4} = \frac{8 \cdot 15 \cdot 2 \cdot 3}{25 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 5} = 1 \frac{1}{5}$ b) $\frac{3}{11} : 0,8 = \frac{3}{11} : \frac{8}{10} = \frac{3}{11} \cdot \frac{10}{8} = \frac{3 \cdot 10 \cdot 5}{11 \cdot 8 \cdot 4} = \frac{15}{44}$

c) $3 \frac{3}{5} : 1 \frac{4}{10} = \frac{18}{5} : \frac{14}{10} = \frac{18}{5} \cdot \frac{10}{14} = \frac{18 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 9}{5 \cdot 14 \cdot 1 \cdot 7} = \frac{4}{7}$ d) $12 : \frac{3}{4} = \frac{12}{1} : \frac{3}{4} = \frac{12 \cdot 4 \cdot 4}{1 \cdot 3 \cdot 1} = 16$

3. Izračunaj $\frac{6}{40}$.

$$\text{Rešitev: } \frac{6}{40} = \frac{6}{25} : \frac{9}{40} = \frac{6}{25} \cdot \frac{40}{9} = \frac{6 \cdot 40 \cdot 2 \cdot 8}{25 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{16}{15} = 1 \frac{1}{15}$$

67

NALOGE ZA VAJO

1. Številom $\frac{3}{4}$, $2 \frac{1}{3}$, $\frac{12}{5}$, $\frac{1}{6}$ in 8 zapiši obratne vrednosti.

2. Izračunaj količnike.

a) $\frac{2}{3} : \frac{3}{4}$ b) $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ c) $\frac{18}{25} : \frac{5}{7}$
d) $\frac{11}{40} : \frac{4}{9}$ e) $\frac{8}{9} : \frac{4}{15}$ f) $\frac{5}{18} : \frac{35}{81}$
g) $\frac{6}{14} : \frac{9}{28}$ h) $\frac{16}{42} : \frac{8}{21}$

3. Izračunaj količnike. Pravinost svojih rezultatov preveri z žepnim računalom.

a) $1 \frac{4}{5} : \frac{9}{10}$ b) $\frac{14}{25} : 1 \frac{7}{15}$ c) $6 \frac{2}{3} : 4 \frac{4}{9}$
d) $\frac{1}{3} : 1 \frac{1}{4}$ e) $2 \frac{5}{8} : 3$ f) $8 \frac{1}{4} : 5$
g) $8 : \frac{2}{90}$ h) $12 : 4 \frac{1}{2}$

4. Izračunaj količnike.

a) $5 : \frac{2}{3}$ b) $9 : \frac{2}{5}$ c) $23 : \frac{5}{8}$
d) $6 : 1 \frac{1}{3}$ e) $32 : 3 \frac{1}{5}$ f) $108 : 2 \frac{1}{4}$
g) $\frac{4}{5} : 1,6$ h) $0,35 : 1 \frac{2}{5}$ i) $0,008 : \frac{4}{5}$

5. Koliko trakov dolžine $1 \frac{1}{2}$ m lahko narežemo iz 50 metrov dolgega traku?

6. $2 \frac{1}{4}$ cm² železa tehta $16 \frac{1}{8}$ g. Koliko tehta 1 cm² železa?

7. V kolikšnem času bo avto prevozil razdaljo $12 \frac{1}{2}$ km, če prevozi v 1 uri 80 km dolgo pot?

8. Razreži dvojne ulomke. Pri primerih c) in d) si pomagaj z žepnim računalom.

a) $\frac{1}{4} : \frac{4}{15}$ b) $\frac{12}{25} : \frac{45}{9}$ c) $\frac{45}{9} : \frac{7}{3}$ d) $\frac{8 \frac{2}{9}}{3 \frac{10}{10}}$

9. Reši enačbi.

a) $\frac{5}{12} \cdot x = \frac{20}{27}$ b) $3 \frac{1}{8} \cdot y = 9 \frac{4}{9}$

ZMOREM TUDI TO

10. Pravokotno zemljišče z dolžino $8 \frac{1}{4}$ m in širino $6 \frac{2}{3}$ m, zamenjamo za plosčinsko enako pravokotno zemljišče z dolžino $2 \frac{1}{2}$ m. Kolikšna je širina tega zemljišča?

11. V sodu je 80 litrov vina. Koliko steklenic s prostornostjo $\frac{1}{16}$ l potrebujemo, da vino iz sode prelujemo v steklenice in v posodi ostane še $12 \frac{1}{4}$ litrov vina?



68

8 ŠTEVILSKI IZRAZI

Izvedel tebi:
- kako rešujemo številske izraze z ulomki, v katerih so oklepaji,
- kako rešujemo številske izraze z ulomki, v katerih ni oklepajev.

Špela razmišlja, kako bi izračunala vrednost številskega izraza. Ve, da ima pri naravnih številnih deljenju prednost pred seštevanjem in da je treba najprej izračunati tisto, kar je v oklepaju. Vendar ni prepričana, ali vse to velja tudi za ulomke.

RAZMISLI Kakšen vrstni red računskih operacij je pravi?



Tako kot pri izrazih z naravnimi števili tudi pri izrazih z ulomki najprej izvedemo računске operacije v oklepajih.

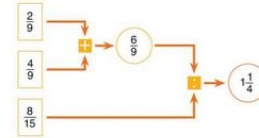
$$\left(\frac{2}{9} - \frac{4}{9} \right) \cdot \frac{8}{15} =$$

$$= \frac{6}{9} \cdot \frac{8}{15} =$$

$$= \frac{6 \cdot 8}{9 \cdot 15} =$$

$$= \frac{6 \cdot 15 \cdot 3 \cdot 5}{9 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5} =$$

$$= \frac{2 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1}{3 \cdot 4 \cdot 1} = \frac{5}{12}$$



Kaj pa če oklepajev ni?

V tem primeru upoštevamo vrstni red računskih operacij:

množenje/deljenje → seštevanje/odštevanje

Če bi bil Špelin izraz

$$\frac{2}{9} - \frac{4}{9} \cdot \frac{8}{15}$$

brez oklepajev, bi morali najprej deliti, šele nato seštevati.

$$\frac{2}{9} - \frac{4}{9} \cdot \frac{8}{15} =$$

$$= \frac{2}{9} - \frac{4 \cdot 8}{9 \cdot 15} =$$

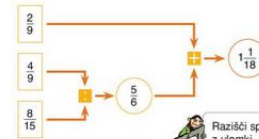
$$= \frac{2}{9} - \frac{4 \cdot 15 \cdot 1 \cdot 5}{9 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5} =$$

$$= \frac{2}{9} - \frac{5}{9} =$$

$$= \frac{2 \cdot 15}{18} - \frac{5 \cdot 15}{18} =$$

$$= \frac{2 \cdot 15 - 5 \cdot 15}{18} = \frac{15 \cdot (2 - 5)}{18} =$$

$$= \frac{15 \cdot (-3)}{18} = -1 \frac{1}{2}$$



Raziščite spretno računanje z ulomki.
DZ – naloga 3.7

69

11 ENAČBE IN NEENAČBE

Previdni las!
— kako rešiti enačbo s pomočjo preglednice, diagrama ali s premislekom,
— kako dobiti rešitve neenačbam.



Rokov stric Miha je zlatar in rad zastavlja "zlatarske uganke". Roku je zastavil kar dve: 1. Kolikšna je masa zlate ploščice, če tri zlate kroglice in ena zlate ploščica tehtajo natanko toliko kot osem zlatih kroglic? 2. Kolikšno maso ima zlate kocke, če imajo tri zlate kocke enako maso kot dvanajst zlatih kroglic?

RAZMISLI! Kaj je težje — zlate kocke ali ploščice?

Rešimo skupaj z Rokom prvo uganke.

Določimo neznanko: masa ploščice (p)

Sklepamo: tri kroglice + ploščica = osem kroglic

Zapišemo enačbo in jo rešimo:

$$\begin{aligned} 3 + p &= 8 \\ p + 8 - 3 &= 8 - 3 \\ p &= 5 \end{aligned}$$



Ploščica ima petkrat večjo maso kot kroglica.

Izračunali smo, da ima ploščica večjo maso kot kocka.

Na podoben način rešimo še drugo uganke.

Določimo neznanko: masa kocke (k)

Sklepamo: tri kocke = dvanajst kroglic

Zapišemo enačbo in jo rešimo:

$$\begin{aligned} 3 \cdot k &= 12 \\ k + 12 - 3 &= 12 - 3 \\ k &= 4 \end{aligned}$$



Kocka ima štirinastkrat večjo maso kot kroglica.

REŠEVANJE ENAČB IN NEENAČB

Besedilne naloge, ki vsebujejo neznane količine (enačbe ali neenačbe) rešujemo tako, da najprej določimo neznanko, nato sklepamo, narišemo nalogo s preglednico, diagramom ali enačbo, na koncu preverimo rezultat in zapišemo odgovor.

REŠENI PRIMERI

POMNI!
številski izraz
 $2 + 3 =$ enačba
 $2 + 3 = 5$ neenačba
 $2 + x =$ izraz s spremenljivko
 $2 + x = 5$ enačba
 $2 + x > 4$ neenačba

5. S poskušanjem reši enačbo $5 - x + 2 = 4\frac{1}{2}$. Katero izmed števil $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ ali $\frac{1}{4}$ je rešitev dane enačbe?

Rešitev:

x	LEVA stran: $5 - x + 2$	DESNA stran: $4\frac{1}{2}$	L = D
1	$5 - 1 + 2 = 5 + 2 = 7$	$4\frac{1}{2}$	$7 \neq 4\frac{1}{2}$
$\frac{1}{3}$	$5 - \frac{1}{3} + 2 = 2\frac{2}{3} + 2 = 3\frac{2}{3}$	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{2}{3} \neq 4\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	$5 - \frac{1}{2} + 2 = 2\frac{1}{2} + 2 = 4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$	$5 - \frac{1}{4} + 2 = 1\frac{3}{4} + 2 = 3\frac{3}{4}$	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{4} \neq 4\frac{1}{2}$

Pri vrednosti x je $\frac{1}{2}$ ima leva in desna stran enačbe enako vrednost. Rešitev enačbe je torej $\frac{1}{2}$.

6. Reši enačbo $2 \cdot (x - 5) = 9$ z diagramom.

$$(x - 5) \cdot 2 = 9$$

Rešitev: Po besedilu zapišemo diagram.

$$\boxed{x} - 5 = \boxed{\quad} : 2 = 9$$

Če $(x - 5)$ množimo z 2, dobimo 9.

$$\boxed{x} + 5 = \boxed{\quad} : 2 = 9$$

Rešujemo od desne proti levi tako, da opravimo nasprotno operacijo.

$$9 \cdot \frac{1}{2} + 5 = 4\frac{1}{2} + 5 = 9\frac{1}{2} \quad x = 9\frac{1}{2}$$

Naredimo še preizkus: $(9\frac{1}{2} - 5) \cdot 2 = (\frac{19}{2} - \frac{10}{2}) \cdot 2 = 9$

7. Matej si je po napornem treningu naročil pice. Ker se je mudil v kopalnici, mu je brat Jure pojedel del pice. Kolikšen del celotne pice je pojedel Jure, če je Mateju ostalo $\frac{5}{8}$ celotne pice? Izračunaj s pomočjo enačbe.

Rešitev:

1. korak: Določimo neznanko. Tisto, kar nas zanima, je del pice, ki ga je pojedel Jure, torej je to neznanka: x del pice, ki ga je pojedel Jure.

2. korak: Sklepamo. Če seštejemo del pice, ki ga je pojedel Jure, in del pice, ki ga je pojedel Matej, dobimo celotno pico.

3. korak: Zapišemo enačbo in jo rešimo s premislekom.

$$\begin{aligned} x + \frac{5}{8} &= 1 \\ x + \frac{5}{8} - \frac{5}{8} &= 1 - \frac{5}{8} \\ x &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$



4. korak: Preverimo pravilnost rešitve. $\frac{3}{8} + \frac{5}{8} = 1$, zato je rešitev pravilna.

5. korak: Zapišemo odgovor. Jure je pojedel $\frac{3}{8}$ pice.

8. Reši neenačbo $2\frac{1}{2} + x < 7$ s premislekom, če je univerzalna množica kar množica naravnih števil.

Rešitev: Razmislimo, katera naravna števila lahko pristejemo številu $2\frac{1}{2}$, da bo vrednost leve strani neenačbe manjša od vrednosti desne strani neenačbe. Števila, ki ustrezajo rešitvi neenačbe, so:

$$x \in \{1, 2, 3, 4\} \quad \mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4\}$$

Naslednja stran

9. Reši s premislekom: $x - \frac{2}{5} = \frac{5}{6}$

Razmislimo: Če od neznane količine (x) odštejemo $\frac{2}{5}$, dobimo $\frac{5}{6}$. Neznano količino (x) dobimo tako, da k $\frac{5}{6}$ pristejemo $\frac{2}{5}$.

$$\begin{aligned} \text{Rešitev z enačbo:} \\ x - \frac{2}{5} &= \frac{5}{6} \\ x - \frac{2}{5} + \frac{2}{5} &= \frac{5}{6} + \frac{2}{5} \\ x &= \frac{25}{30} + \frac{12}{30} \\ x &= \frac{37}{30} \\ x &= 1\frac{7}{30} \end{aligned}$$

Preizkusimo pravilnost rešitve:

$$1\frac{7}{30} - \frac{2}{5} = \frac{37}{30} - \frac{12}{30} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$$

10. Reši s premislekom: $16 : x = 32$

Rešitev: Najprej se spomnimo enačbe istega tipa z naravnimi števili. Enako sklepanje uporabimo tudi za enačbo (istega tipa) z ulomki.

Razmislimo: Če 16 delimo z neznano količino (x), dobimo 32. S koliko je treba deliti 16, da dobimo 32? Neznano količino (x) dobimo tako, da 16 delimo z 32.



NALOGE ZA VAJO

1. Na številskem potraku nariši množico točk, ki ustrezajo rešitvam neenačb in osnovni množici pozitivnih racionalnih števil \mathbb{Q}^+ . Za vsako nalogo nariši svoj številski potrak z enoto OE = 1 cm.

- a) $x > 3.2$ b) $y < 6.4$ c) $a > 2.5$
d) $m < 5.2$ e) $1\frac{1}{4} < x < 6$ f) $3 \leq y \leq 8\frac{1}{2}$

2. Reši neenačbo, če je $x \in \mathbb{N}$.

- a) $2\frac{3}{8} \leq x \leq \frac{9}{8}$ b) $\frac{1}{6} \leq x \leq 9\frac{7}{8}$
c) $6\frac{2}{3} \leq x \leq 9\frac{7}{8}$
d) $12\frac{3}{4} \geq x \geq 3\frac{5}{6}$ e) $15\frac{2}{9} \geq x \geq 8$

11. Reši s premislekom: $x : \frac{3}{4} = 1\frac{1}{2}$

Rešitev: Najprej se spomnimo enačbe istega tipa z naravnimi števili. Enako sklepanje uporabimo tudi za enačbo (istega tipa) z ulomki.

Razmislimo: Če neznano količino (x) delimo s $\frac{3}{4}$, dobimo $1\frac{1}{2}$. Neznano količino (x) dobimo tako, da $1\frac{1}{2}$ pomnožimo s $\frac{4}{3}$.

$$\begin{aligned} \text{Rešitev z enačbo:} \\ x : \frac{3}{4} &= 1\frac{1}{2} \\ x : \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} &= 1\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \\ x &= \frac{1 \cdot 4}{2} = 2 \\ x &= \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \frac{9}{8} \\ x &= 1\frac{1}{8} \end{aligned}$$

Preizkusimo pravilnost rešitve:

$$\frac{1 \cdot 3}{8 \cdot 4} = \frac{9}{32} = \frac{9}{8} : \frac{4}{3} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

Rešitev z enačbo:

$$\begin{aligned} 16 : x &= 32 \\ 16 : x \cdot x &= 32 \cdot x \\ 16 &= 32x \\ x &= \frac{16}{32} \\ x &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Preizkusimo pravilnost rešitve:

$$16 : \frac{1}{2} = \frac{16 \cdot 2}{1} = \frac{32}{1} = 32$$

12. Zapiši rešitve enačb (računaj na pamet).

- a) $\frac{7}{8} + x = 1$ b) $y + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$ c) $11 - a = 6\frac{3}{4}$
d) $b - \frac{3}{7} = 0$ e) $x - 1 = 5$ f) $y - \frac{1}{4} = 3\frac{1}{4}$
g) $x - \frac{7}{4} = 4$ h) $x - \frac{7}{2} = 6\frac{2}{3}$ i) $x - \frac{5}{6} = 0\frac{2}{3}$
j) $5 - x = 3\frac{1}{3}$ k) $\frac{4}{4} - y = 1$

13. Reši enačbo in preizkusi rešitve.

- a) $x + 1 = \frac{3}{4}$ b) $\frac{1}{3} + x = \frac{1}{2}$ c) $x + \frac{2}{5} = 3\frac{1}{2}$
d) $x + 6.9 = 9.2$ e) $\frac{11}{12} - x = \frac{5}{12}$ f) $x - \frac{1}{2} = 2$
g) $\frac{9}{10} - x = 2$ h) $x - \frac{5}{8} = \frac{2}{3}$ i) $y - 1\frac{1}{2} = \frac{5}{8}$
j) $4\frac{11}{18} - a = 2\frac{7}{9}$ k) $p - 12.7 = 16.8$ l) $16.5 - t = 4.8$

14. Preveri pravilnost rešitev enačb in napačne rešitve popravi.

- a) $x - 28 = 6$ b) $x - \frac{1}{2} = 6$ c) $y - \frac{1}{3} = 2\frac{2}{3}$
d) $x = 34$ e) $x = \frac{1}{2}$ f) $y = 2\frac{1}{3}$

15. Zapiši rešitve enačb (računaj na pamet).

- a) $\frac{1}{4} \cdot x = 8$ b) $3 \cdot x = 14$ c) $\frac{x}{12} = 4$
d) $y : \frac{5}{6} = 4$ e) $36 : x = \frac{1}{3}$ f) $6 \cdot x = 5$

16. Reši enačbo in preizkusi rešitve.

- a) $\frac{x}{7} = 28$ b) $\frac{2}{5} \cdot y = 4$ c) $\frac{1}{3} \cdot z = 11$
d) $x : \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$ e) $\frac{7}{4} = \frac{5}{8}$ f) $x : \frac{1}{2} = 14$
g) $x : \frac{3}{4} = 24$ h) $y : \frac{5}{3} = 5$ i) $a : 2\frac{1}{2} = 3\frac{1}{3}$
j) $12 : x = 6$ k) $x : 0.4 = 25$ l) $12.8 : x = 8$

17. Od katerega števila moramo odšteti $3\frac{1}{2}$, da dobimo $6\frac{2}{3}$?

18. Vihar je 22,5 metra visokemu drevesu odlomil vrh tako, da je sedaj visoko 16,9 metra. Koliko metrov je bil dolg odlomljeni vrh drevesa?

19. Sofer tovornjaka je vedel, da ga bo njegova 65 km dolga pot peljala čez most z nosilnostjo 8 ton. Največ koliko ton tovora mu smejo v podjetju naloziti, če prazen tovornjak tehta $4\frac{1}{2}$ tone?

20. Dve petini nekega števila je 25. Katero število je to?

21. Katero število moramo množiti s $5\frac{1}{2}$, da dobimo 72?

22. Dedeč, ki je star 78 let, je 6,5-krat starejši od vnuka Gala. Koliko je star Gal?

23. V Južni Ameriki živi veliki pitjaci pajek, ki napade celo plice in mlade strupene kače. Kolikšna je njegova velikost, če znaša tretjina njegove velikosti 3 cm?

24. Gobar Jože je v štirih urah nabral 42 lepih jurčkov. Z njimi bo razveselil svoje prijatelje tako, da bo vsaki podaril $10\frac{1}{2}$ jurčka. Koliko prijateljem bo Jože razdelil jurčke?

ZMOREM TUDI TO

1. Če neko število pomnožiš z 12 in produktu pristeješ 44, dobiš 65. Po besedilu zapiši enačbo in jo reši s pomočjo diagrama.

2. Katero število moraš odšteti od vsote števil $4\frac{1}{8}$ in $3\frac{1}{4}$, da dobiš razliko teh dveh števil? Rešitev poišči s pomočjo enačbe.

3. Razlika dveh števil je $5\frac{2}{3}$. Zmanjševanec je za $\frac{1}{6}$ večji od števila $6\frac{1}{3}$. Zapiši enačbo in tako izračunaj odštevanec.

4. Rok je visok 156 cm. Če bi bil Peter nižji za $\frac{2}{3}$ svoje višine, bi bil enako visok kot Rok. S pomočjo enačbe izračunaj Petrovo višino.

5. Ana je na listek napisala neko število, mu pristela $\frac{1}{2}$ in dobila za $\frac{2}{3}$ več kot Tinka, ki je imela na listku napisano število $\frac{10}{3}$. Zapiši enačbo in izračunaj, katero število je zapisala Ana.

9 NALOGE Z BESEDILOM

Izvedel boš:
– koliko matematičnih problemov so rešena različna (povečaj pred več tisoč let,
– kako zapisamo nalogo z besedilom v matematični obliki.



Špela in Rok sta v kotu podstrešja naša veliko skrinjo in v njej zaprašeno več sto let staro knjigo. V njej je bilo vse polno matematičnih nalog, ki so jih zapisali stara ljudstva in so se nanašale na vsakdanje probleme.

Stari Egipt

• Sto hlebov kruha enako razdeli med 10 ljudi, med katerimi so tudi čolnar, trgovec in stražar, ki dobijo glede na vse preostale, dvakratne deleže.



• Če nekemu številu dodaš njegovo sedmino, dobiš 19. Katero število si imel na začetku?

• Koliko mgramo pršičke k vsoti $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30} + \frac{1}{45}$, da dobimo $\frac{1}{2}$?

• Na travniku zagledam 70 krav in brž vprašam pastirja, če je to vsa njegova čreda. A pastir mi urno odgovori: "O, ne, to sta le dve tretjini tretjine moje črede." Brž povej, koliko krav ima pastir v čredi!

Indija

• Kraljeva družina je imela košaro mangov. Najprej je kralj vzel zase eno šestino vseh sadežev, nato pa še kraljica eno petino vseh preostalih sadežev. Sledili so trije principi, ki so vzele zaporedoma: prvi eno četrtno, drugi eno tretjino in tretji eno polovico sadežev, ki so ostali v košari. Na koncu je še četrti, najmlajši princ vzel iz košare svoj delež – preostale tri mangle. Predragi moj računar, brž povej, koliko je bilo vseh mangov v košari in koliko jih je dobil vsak!

• Dragga moja ljubka Litavci, brž povej, koliko biserov je imelo na ogrlici prelepo dekle, če so se, ko se ji je ogrlica raztrgala, takole razporedili: v rokah ji je ostala tretjina vseh biserov, petina je padla na posteljo, šestino je na tleh našla služabnica, desetina se je porazgubila po tleh, na vrvi pa je ostalo 12 biserov.

• Povej mi očarljiva lepota, koliko čebel je v roju, če je petina čebeljega roja odletela proti lotosovemu cvetu in tretjina proti bananinemu drevesu. Število čebel, enako trikratni razliki med obema, je letelo proti drevesu katjuge. Ena sama čebela pa je letela od cveta do cveta, saj sta jo privlačila vonj jasmina in silinde.

RAZMISLI Kakšne naloge rešujemo danes?

74



REŠENI PRIMERI

• Rešimo Staroegiptovsko uganko s hlebcí kruha. Koliko hlebov dobi vsak?

Rešitev: 100 hlebov moramo razdeliti med 10 ljudi, od katerih trije dobijo dvojni delež.

7 ljudi dobi enojni delež, trije pa dvojni delež. Ti trije dobijo toliko kot 6 ljudi. 100 hlebov razdelimo na trinajst enakih delov in damo sedmim ljudem en del, trem pa dva.

en del znaša: $\frac{1}{13}$ od 100 = $\frac{100}{13}$ = $7\frac{9}{13}$

dva dela znašata: $2 \cdot 7\frac{9}{13}$ = $14\frac{18}{13}$ = $15\frac{5}{13}$

Odgovor: Običajni ljudje dobijo po $7\frac{9}{13}$ hleba, čolnar, trgovec in stražar pa dobijo $15\frac{5}{13}$ hleba.

• Kmet je letos pridelal 2400 kg krompirja. Prvi teden je prodal $\frac{1}{4}$ pridelka, drugi teden $\frac{1}{3}$ ostanka, tretji teden pa je prodal toliko krompirja, da mu je za seme ostalo le 120 kg. Koliko krompirja je prodal posamezni teden?

Rešitev: 1. teden: Prodaj je $\frac{1}{4}$ od 2400 kg: $\frac{1}{4} \cdot 2400$ kg = 600 kg.
Ostalo mu je še (2400 – 600) kg = 1800 kg.

2. teden: Prodaj je $\frac{1}{3}$ od 1800 kg: $\frac{1}{3} \cdot 1800$ kg = 600 kg.
Ostalo mu je še (1800 – 600) kg = 1200 kg.

3. teden: Za seme mu mora ostati 120 kg, torej tretji teden prodal (800 – 120) kg = 680 kg.

Odgovor: Prvi teden je prodal 600 kg, drugi teden 1000 kg, tretji teden pa 680 kg krompirja.

• Vsoto števil $4\frac{1}{2}$ in $2\frac{2}{3}$ povečaj za razliko števil $8\frac{1}{3}$ in $5\frac{2}{3}$. Zapiši dobljeno število.

Rešitev: Najprej zapišemo vsoto števil ($4\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3}$). Nato zapišemo še razliko ($8\frac{1}{3} - 5\frac{2}{3}$). Dobljeno razliko prištejemo k vsoti (vsoto povečamo) in dobimo:

$$\left(4\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3}\right) + \left(8\frac{1}{3} - 5\frac{2}{3}\right) =$$

$$= \left(\frac{9}{2} + \frac{8}{3}\right) + \left(\frac{25}{3} - \frac{23}{4}\right) =$$

$$= \left(\frac{27}{6} + \frac{16}{6}\right) + \left(\frac{100}{12} - \frac{69}{12}\right) =$$

$$= \frac{43}{6} + \frac{31}{12} = \frac{86}{12} + \frac{31}{12} = \frac{117}{12} = 9\frac{9}{4}$$

Odgovor: Dobljeno število je $9\frac{9}{4}$.



POMNI

operacija	rezultat
+ seštevanje	vsota
- odštevanje	razlika
· množenje	produkt
: deljenje	količnik

Naslednja stran

75

10 IZRAZI S SPREMENLJIVKAMI

Izvedel boš:
– kako izraz zapisemo s spremenljivkami.

Špela in Rok sta bližnjemu kmetu večkrat priskočila na pomoč. Tokrat sta mu pomagala letnati kisto zelje za prodajo. Vrečke so bile v dveh velikostih. Rok je polnil večje vrečke, Špela pa manjše. Koliko zelja je prodal kmet, če je Rok stehal tri vrečke, Špela pa štiri vrečke z zeljem?

RAZMISLI Ali lahko takoj izračunamo, koliko zelja je prodal kmet?



Špela se je spomnila, da lahko rešitev poišče v obliki enačbe. Da si poenostavi zapisovanje in računanje, se je domislila, da lahko svoje in Rokovo ime nadomesti s črkama. Spelin račun se je glasil:

$$3 \cdot r + 4 \cdot s = \text{stehano zelje}$$

Koliko kislega zelja je prodal kmet, lahko ugotovimo šele, ko vemo, koliko je vsakih stehal Rok in koliko Špela. Če je Rok vsakih stehal $4\frac{1}{2}$ kg zelja ($r = 4\frac{1}{2}$), Špela pa $3\frac{3}{4}$ kg zelja ($s = 3\frac{3}{4}$), je kmet prodal:

$$\begin{aligned} 3 \cdot r + 4 \cdot s &= \\ &= 3 \cdot 4\frac{1}{2} + 4 \cdot 3\frac{3}{4} = \\ &= 3 \cdot \frac{9}{2} + 4 \cdot \frac{15}{4} = \\ &= \frac{27}{2} + \frac{15}{1} = \\ &= \frac{27}{2} + \frac{30}{2} = \frac{57}{2} = 28\frac{1}{2} \end{aligned}$$

V tem primeru je kmet prodal $28\frac{1}{2}$ kg kislega zelja.

Seveda pa bi se vrednost spremenila, če bi Špela ali Rok vsakih stehala drugačno količino kislega zelja in bi imela zaradi tega r in s drugačni vrednosti.



REŠENI PRIMERI

• Živa je kupila 6 DVD-jev in tri pakete CD-jev. Ugotovi, koliko je plačala, če stane en DVD 0,80 evra, paket CD-jev pa 5,50 evra.

$$\begin{aligned} \text{Rešitev: } 6 \cdot \text{DVD} + 3 \cdot \text{CD} &= \\ &= 6 \cdot d + 3 \cdot c = \\ &= 6 \cdot 0,80 + 3 \cdot 5,50 = \\ &= 4,80 + 16,50 = \\ &= 21,30 \end{aligned}$$

Odgovor: Živa je za 6 DVD-jev in 3 pakete CD-jev plačala 21,30 evra.

Naslednja stran

77



NALOGE ZA VAJO

• Jure je aprila zbral $24\frac{1}{2}$ kg odpadnega papirja, maja pa $26\frac{1}{4}$ kg papirja, a ga je Petru odstopil $12\frac{3}{4}$ kg. Koliko papirja je zbral Jure?

• Vsoto števil $4\frac{2}{3}$ in $5\frac{1}{5}$ zmanjšaj za razliko števil $8\frac{1}{3}$ in $5\frac{2}{3}$.

• Razliko števil $3\frac{1}{6}$ in $2\frac{1}{3}$ povečaj za produkt istih dveh števil.

• Količnik števil $6\frac{2}{3}$ in $4\frac{1}{6}$ pomnoži z razliko števil $5\frac{1}{3}$ in $2\frac{1}{3}$.

• Količnik števil $2\frac{2}{3}$ in $2\frac{2}{3}$ povečaj za produkt istih dveh števil.

• Posestvo meri 200 ha, od tega so $\frac{2}{3}$ travniki. $\frac{1}{3}$ travnikov pokosijo za silazo, ostalo travo pa živina popase. Koliko hektarov pokosijo za silazo in koliko hektarov travnikov popase živina?

• Posestvo meri 300 ha. $\frac{1}{2}$ posestva so gozdovi, od tega je $\frac{1}{3}$ listavcev, ostalo pa so iglavci. Koliko ha je iglavcev?

• Vinogradnik Miha je 3528 l vina nall v steklenice po $\frac{1}{4}$ l. Koliko steklenic je napolnil?

ZMOREM TUDI TO

• Matej se je s sošolci odpravil na planinski pohod. Prvi dan so prehodili $\frac{1}{3}$ poti, drugi dan so prehodili $\frac{1}{4}$ poti manj kot prvi dan, tretji dan pa so prišli do konca poti. Kolikšen del poti so prehodili drugi dan in kolikšen del poti tretji dan?

• Rok je prebral $\frac{2}{3}$ knjige, ki jo ima za domačo branje. Do konca mu je ostalo še 36 strani. Koliko strani ima knjiga?

• Natalija je prvi dan pregledala $\frac{2}{3}$ člankov, ki jih je morala prebrati za raziskovalno nalogo. Drugi dan je pregledala $\frac{1}{4}$ preostalih člankov in tretji dan še zadnjih pet. Koliko člankov je morala pregledati?

• Ana je stara 19 let in 5 mesecev. Kaja je 8 let in 8 mesecev mlajša od nje. Koliko je star Anin oče, ki je 15 let in 8 mesecev starejši kot obe dekletki skupaj? Koliko je bil oče star, ko se je rodila Ana? (Računaj z ulomki in rezultat zapiši v letih.)

• Številko, ki je petkrat manjša od števila $13\frac{1}{2}$, povečaj za število, ki je dvakrat večje od števila $3\frac{1}{4}$. Katero število dobiš?

76