5. IZREK O GIBALNI KOLIČINI

5.1 Kandidat naj zna povedati, da se pri trkih in odrivih sile zelo hitro spreminjajo

Pri trkih in odrivih teles delujeta telesi drugo na drugo s silami. Zaradi teh sil se telesi, ki trčita, deformirata. Velikost in smer teh sil se zelo hitro spreminja.
Te medsebojno delujoče sile spreminjajo tudi gibalno količino teles. Prvo telo spremeni gibalno količino drugemu telesu, drugo telo pa spremeni gibalno količino prvemu telesu. Telesi, ki trčita, običajno obravnavamo kot sistem. Sile, s katerimi telesi medsebojno delujeta, so **notranje sile**.

5.2 Kandidat naj zna povedati, da je pomembno predvsem začetno in končno stanje sistema teles

Obravnavanje razmer med samim trkom je lahko zelo težavno. Za nas je pomembno predvsem začetno stanje teles, ki trčijo (hitrost in smer gibanja) in končno stanje (hitrost in smer gibanja). Pomembne so tudi deformacije, ki so jih utrpela telesa med trkom.

5.3 Kandidat naj zna našteti količine, ki se ohranijo pri prožnem oziroma pri neprožnem trku

Pri prožnem trku se ohranja skupna gibalna količina obeh teles in skupna kinetična energija obeh teles.

Pri neprožnem trku se ohranja skupna gibalna količina obeh teles, skupna kinetična energija obeh teles pa se spremeni – del te energije se spremeni v notranjo energijo.

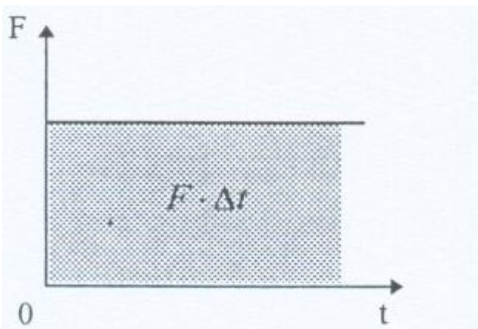
5.4 Kandidat naj zna zapisati definicijo sunka sile in definicijo gibalne količine v vektorski obliki

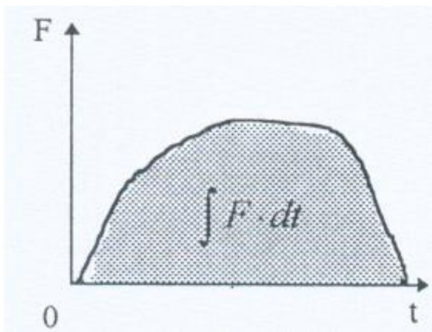
Sunek sile je produkt sile *F* in časa *Δt* njenega delovanja.

$$\textit{sunek sile} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

Sunek sile je vektor, ima smer sile. Enota je 1 Ns = 1 kgm/s.

Če je sila *F* stalna, je sunek sile enak ploščini pravokotnika v grafu *F(t)*. Če sila ni stalna, je celotni sunek sile dan s ploščino lika med krivuljo in abscisno osjo v grafu *F(t)*. To ploščino izračunamo z integralom $\int F \cdot dt$.





Gibalna količina telesa je produkt mase in hitrosti telesa.

$$\vec{G} = m \cdot \vec{v}$$

Gibalna količina je vektor, ki ima smer hitrosti. Enota za gibalno količino je 1 kgm/s. Gibalno količino ima le telo, ki se giblje. Telo, ki miruje, ima gibalno količino nič.

Gibalna količina telesa se spremeni, če se spremeni hitrost ali masa telesa.
Če govorimo o končno velikem telesu, je njegova gibalna količina produkt mase in hitrosti težišča.

5.5 Kandidat naj zna zapisati izrek o gibalni količini in razložiti, kdaj se gibalna količina ohranja

Na voziček naj deluje stalna sila F, ki traja le kratek čas Δt. Zaradi sile se voziček giblje enakomerno pospešeno. Če je začetna hitrost v_1, končna pa v_2, lahko zapišemo:

$$F = m \cdot a = \frac{m \cdot (v_2 - v_1)}{\Delta t}$$

Od tod sledi: $F \Delta t = m v_2 - m v_1$

To je **izrek o gibalni količini**, ki pravi, da je sprememba gibalne količine telesa enaka sunku zunanje sile oziroma sunku rezultante zunanjih sil.
Izrek o gibalni količini zapišemo z vektorji takole:

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \vec{v}_2 - m \cdot \vec{v}_1$$

Če sila med delovanjem ni stalna, razdelimo čas njenega delovanja na dovolj kratke čase Δt_i in v vsakem od teh časov izračunamo delni sunek kot produkt med srednjo vrednostjo F_i in časom. Skupni sunek dobimo, ko seštejemo delne sunke.

$$sunek\ sile = \sum F_i \cdot \Delta t_i$$

Če traja sunek v celoti čas Δt, ga izrazimo s povprečno silo, ki je tolikšna, da je

$$\bar{F} \Delta t = \Sigma F_i \Delta t_i = m v_2 - m v_1$$

Telo, ki je ločeno od okolice, miruje ali pa se giblje s konstantno hitrostjo. Njegova gibalna količina je v vsakem primeru konstantna.

Iz izreka o gibalni količini sledi v primeru, če je $F = 0$:

$$m \cdot v_2 - m \cdot v_1 = 0$$

$$m \cdot v_2 = m \cdot v_1$$

$$G_1 = G_2$$

Gibalna količina telesa se ohranja, če nanj ne deluje nobena sila ali če je vsota vseh sil, ki nanj delujejo, enaka nič.

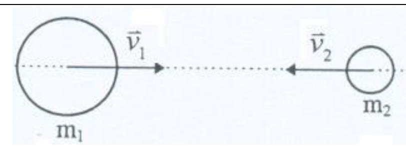
Gibalna količina sistema več teles je vektorska vsota gibalnih količin teles, ki sestavljajo sistem. Gibalna količina sistema se spreminja s časom tako, kot zahteva rezultanta zunanjih sil.

Med deli sistema delujejo notranje sile. Notranje sile so paroma enake in nasprotne, njihova vsota je enaka nič. To pomeni, da notranje sile *ne morejo* spremeniti gibalne količine sistema teles.
Posameznemu telesu znotraj sistema se gibalna količina lahko spremeni, toda zato se mora spremeniti tudi gibalna količina drugega dela sistema. Vsota sprememb gibalnih količin pa je spet enaka nič. Primer: strel iz topa ali puške, trki.

Če imamo sitem več teles, je ugodno vpeljati tako imenovani **težiščni** opazovalni sistem. Če ni zunanje sile, težišče sistema miruje ali pa se giblje premo in enakomerno. Sile znotraj sistema lahko spremenijo gibalno količino posameznih delov, vsota takih sprememb gibalnih količin posameznih delov sistema pa mora biti enaka nič. Težišče sistema spremeni gibanje le zaradi delovanja zunanje sile.
Skupna gibalna količina delov sistema glede na težišče je nič.

5.6 Kandidat naj zna uporabiti izrek o gibalni količini pri trkih, odrivih in pri sili curka

Trki



Poznamo **neprožni** in **prožni** trk. Obravnavamo le središčne trke. To so trki teles, katerih vektorji hitrosti ležijo na isti premici. Za trke dveh teles velja zakon o ohranitvi gibalne količine, saj gre za medsebojno delovanje teles, notranje sile pa gibalne količine sistema ne morejo spremeniti.

Neprožni trk

Telesi pri neprožnem trku ostaneta skupaj in nadaljujeta gibanje z isto hitrostjo.

Velja: $m_1v_1 + m_2v_2 = mv$, kjer sta v_1 in v_2 hitrosti teles pred trkom, v pa njuna hitrost po trku. Ko računamo, moramo paziti na znak (predznak) hitrosti!

Pri neprožnem trku se kinetična energija ne ohranja, nekaj se je pretvori v notranjo energijo.

Primer: Krogla z maso m se giblje s hitrostjo v in trči v enako, mirujočo kroglo. Iz zakona ohranitve sledi, da se po trku obe krogli gibljeta s hitrostjo $v/2$.

Kinetična energija obeh krogel pred trkom je $\frac{mv^2}{2} + 0$, kinetična energija obeh krogel po trku pa je $2 \cdot \frac{m(\frac{v}{2})^2}{2} = \frac{mv^2}{4}$. Polovica kinetične energije se je spremenila v notranjo.

Prožni trk

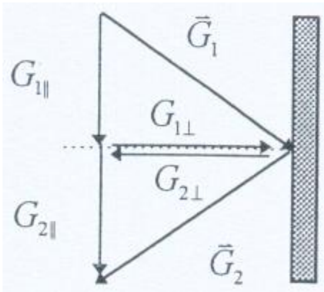
Idealno prožni telesi se pri prožnem trku odbijeta in nadaljujeta gibanje vsako zase. Tudi v tem primeru se gibalna količina teles ohranja. Ohranja pa se tudi njuna kinetična energija. Pri trku se začetna kinetična energija pretvarja v prožnostno energijo, ta pa se pretvori med odrivom nazaj v kinetično energijo. Naj bosta hitrosti teles pred trkom v_1 in v_2, po trku pa u_1 in u_2. Velja:

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2$$

$$\text{in } \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{m_1u_1^2}{2} + \frac{m_2u_2^2}{2}$$

Rešimo sistem linearne in kvadratne enačbe in poiščemo hitrosti teles po trku. Ko vstavljamo številske podatke, pazimo na predznake hitrosti. Ob tem se pokaže, da je relativna hitrost teles po trku nasprotno enaka relativni hitrosti teles pred trkom:

$$v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$$

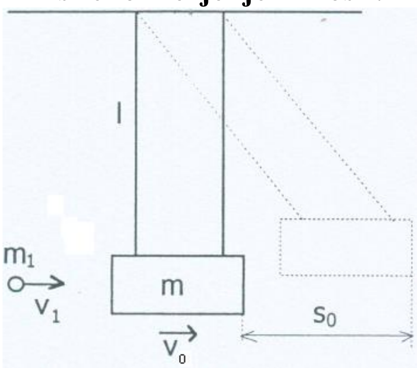


O odboju govorimo takrat, kadar prožno telo trči v drugo telo z zelo veliko maso. Komponenta gibalne količine telesa v smeri pravokotno na oviro spremeni predznak, komponenta gibalne količine, ki je vzporedna z oviro, pa se ne spremeni, zato je odbojni kot enak vpadnemu (odbojni zakon).

$G_{2\perp} = -G_{1\perp}$

$G_{2\|} = G_{1\|}$

Balistično merjenje hitrosti. Trke lahko izkoristimo za merjenje gibalne količine (hitrosti) izstrelkov.



Za merjenje hitrosti izstrelkov lahko izkoristimo balistično nihalo. To je klada iz mehkega lesa, obešena na dolgih vrvicah. Ko ustrelimo v klado, se izstrelek zapiči v klado in v njej ostane, klada pa zaniha. Klada se giblje skozi ravnovesno lego s hitrostjo v. Izmeriti moramo prvo amplitudo klade s_0.

Gibalna količina se pri trku ohranja, zato: $m_1v_1 = (m_1+m)v_o$

$$v_0 = \omega s_0 = s_0\sqrt{\frac{g}{l}}$$

Nihajni čas klade (nitno nihalo) mora biti dolg v primerjavi s časom delovanja izstrelka na klado (ustavljanje). Zato morajo biti vrvice dolge. Amplituda ne sme biti velika, tako da lahko v prvem približku vzamemo, da nihalo niha sinusno.

Sila curka

Pritekajoči curek deluje na telo s silo. Telo ustavlja tekočino oziroma ji spremeni gibalno količino.

1. Tekočin priteka na mirujočo ploščo s hitrostjo v, nato pa prosto odteka ($v\approx 0$). Masni tok tekočine je Φ_m. V času t priteče masa $\Phi_m \cdot t$. Tej masi spremeni plošča gibalno količino za:
   $\Delta G = m \cdot \Delta v = -\Phi_m \cdot t \cdot v$
   Kjer smo upoštevali, da je sprememba hitrosti vode $\Delta v = 0 - v = -v$. Spremembo gibalne količine vode povzroči sila $-F$, s katero deluje plošča na vodo. Sila je sprememba gibalne količine v enoti časa: $F = \frac{\Delta G}{t}$, torej deluje pritekajoči curek tekočine na ploščo s silo:
   $$F = \Phi_m \cdot v$$

2. Naj se tekočina na plošči odbije od plošče z enako, toda nasprotno hitrostjo. Zdaj je sprememba gibalne količine dvakrat tolikšna kot prej, torej $-2v$, zato je tudi sila curka dvakrat večja:
   $$F = \Phi_m \cdot 2v$$

3. Če se plošča oddaljuje od curka s hitrostjo u, moramo upoštevati, da voda priteka na ploščo s hitrostjo $v - u$ in se odbije s hitrostjo $-(v - u)$.
   Če voda priteka s hitrostjo v_1 in se odbije s hitrostjo v_2, je sprememba hitrosti $\Delta v = v_2 - v_1$.
   Splošno: silo curka izračunamo po enačbi: $F = \Phi_m \cdot \Delta v$, kjer pomeni Δv spremembo hitrosti, ki jo utrpi tekočina.

4. Masni tok tekočine Φ_m lahko v zgornjih enačbah zamenjamo z izrazom: $\Phi_m = \rho \cdot \Phi_V = \rho \cdot S \cdot v$
   Kjer je ρ gostota tekočine, S presek curka (cevi) in v hitrost tekočinskega toka.

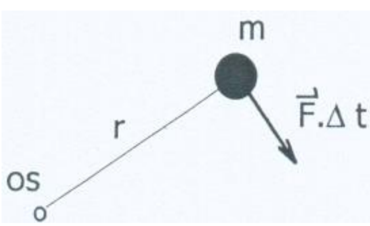
5. Zanimiva je naloga: s kolikšno hitrostjo naj priteka voda na vrtečo se lopatico turbine, da bo moč, ki jo prejema lopatica, največja?

5.7 Kandidat naj zna uporabiti izrek o gibanju masnega središča (težišča)

Po enačbi $G = m \cdot v$ računamo gibalno količino telesa, katerega deli se vsi enako gibljejo. Kadar se deli telesa gibljejo različno, pa moramo računati gibalno količino za vsak majhen del telesa posebej in dobljene majhne količine sešteti (vektorsko, če je treba).
Kadar vemo, kako se giblje težišče, si seštevanje gibalnih količin za posamezne njegove dele lahko prihranimo. Gibalna količina je vedno enaka produktu mase telesa in hitrosti v^*, s katero se giblje težišče.
Izrek o gibanju težišča: $F \cdot \Delta t = \Delta G = m \cdot \Delta v^*$

Sunek zunanjih sil, ki delujejo na telo, je enak skupni spremembi gibalne količine težišča telesa. Za gibanje težišča teles veljajo enaki zakoni kot za gibanje točkastega telesa, ki bi imelo vso maso telesa in bi nanj delovale vse zunanje sile, ki delujejo na telo.

5.8 Kandidat naj zna opisati, da se pri enakomernem kroženju velikost gibalne količine točkastega telesa ohranja, smer pa se spreminja



V kroženje poženemo drobno telo, ki ga veže z osjo lahka prečka. Sunimo telo z zelo kratkim sunkom pravokotno na pečko. Telo začne enakomerno krožiti s kotno hitrostjo ω.

Ker je telo na začetku mirovalo, lahko zapišemo: $F \cdot \Delta t = m \cdot v$.

Če je $F \cdot \Delta t$ sunek sile, ki je pognala telo. Upoštevamo, da je $v = \omega \cdot r$ in množimo obe strani enačbe z r:

$$(rF) \cdot \Delta t = mr^2 \cdot \omega$$

ali $$M \cdot \Delta t = mr^2 \cdot \omega$$

Produkt na levi strani po analogiji s sunkom sile imenujemo **sunek navora**, produkt na desni pa imenujemo **vrtilna količina**: $\Gamma = mr^2 \cdot \omega$

Enačbo pišemo tudi v obliki: $M \cdot \Delta t = \Delta\Gamma$
Vrtilna količina telesa je enaka sunku navora, s katerim poženemo telo. V splošnem ima lahko telo že pred delovanjem navor vrtilno količino, ki jo sunek navora le spremeni: $M \cdot \Delta t = \Delta\,\Gamma$
Enačba izraža izrek o vrtilni količini:
Sunek zunanjega navora je enak spremembi vrtilne količine telesa.

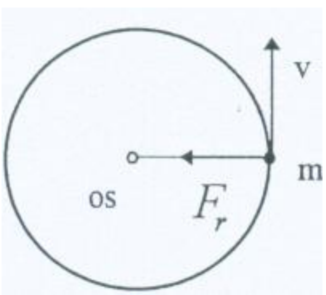
Izrek smo izpeljali za drobno (točkasto) telo. Velja pa tudi za netočkasta telesa, s katerimi se običajno ukvarjamo, le da namesto količine $J = mr^2$ za točkasto telo vzamemo vztrajnostni moment netočkastega telesa.

Če se telo pred delovanjem navora vrti s kotno hitrostjo ω_1, na koncu pa s kotno hitrostjo ω_2, je $\Delta \Gamma = J\omega_2 - J\omega_1$ in tudi $M \cdot \Delta t = J\omega_2 - J\omega_1$

Ohranitev vrtilne količine:
Če je zunanji navor $M = 0$, sledi iz izreka o vrtilni količini, da je $\Delta \Gamma = 0$ in da je vrtilna količina telesa Γ zato stalna.
V odsotnosti zunanjih navorov se vrtilna količina telesa ohranja.

Pri enakomernem kroženju je velikost vektorja kroženja hitrosti stalna. Zato je stalna tudi velikost vektorja gibalne količine.
Smer vektorja krožilne hitrosti se pri enakomernem kroženju od točke do točke stalno spreminja – v vsaki točki ima smer tangente na krožnico.

5.9 Kandidat naj zna povedati, da se kotna hitrost kroženja poveča, če se zaradi radialne sile radij kroženja zmanjša



Točkasto telo, ki enakomerno kroži, ima gibalno količino $G = m \cdot v$ in vrtilno količino $\Gamma = mr^2 \cdot \omega$. Če na telo deluje sila F_r v smeri radija, je njen navor enak nič. Zato je vrtilna količina telesa konstantna. V primeru, da se razdalja r telesa od osi zmanjša, se kotna hitrost telesa ω poveča.

$$\Gamma = mr^2 \cdot \omega = konst.$$

Ozadje 2. Keplerjevega zakona: Vrtilna količina telesa se ohranja, če ni zunanjega navora. Za vrtilno količino točkastega telesa z maso m, ki kroži na razdalji r od osi lahko zapišemo:

$$\Gamma = J \cdot \omega = mr^2 \cdot \omega = mr \cdot v = G \cdot r = konst.$$

Če je vrtilna količina planeta stalna, se mora v bližini Sonca njegova hitrost povečati in obratno.