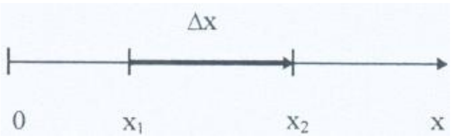
2. PREMO IN KRIVO GIBANJE

2.1 Kandidat naj zna definirati hitrost, povprečno hitrost in pospešek pri premem gibanju

Vzemimo, da je telo v nekem trenutku, v času t_1 v razdalji x_1 od izhodišča, v kasnejšem trenutku, v času t_2 pa v razdalji x_2 od izhodišča. Med obema trenutkoma se je telo premaknilo za **premik** $\Delta x = x_2 - x_1$. Premik je lahko pozitiven ali negativen – pozitiven je, če telo iz začetne lege premaknemo v pozitivni smeri.



Premik je vektor, ima velikost in smer. Premike lahko seštevamo. Skupno dolžino premikov, to je vsoto njihovih velikosti od začetka do konca opazovanja, imenujemo **pot**. To je tudi dolžina **tira**.

Čas, ki je potekel med premikom telesa, $\Delta t = t_2 - t_1$, pove, kako hitro se je telo premikalo. Čim krajši je čas, tem hitrejše je telo, tem večja je njegova hitrost. Hitrosti izračunamo tako, da delimo premik s pretečenim časom

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

Enota za hitrost 1 m/s je kvocient med enoto za razdaljo in enoto za čas. Tudi hitrost je lahko pozitivna ali negativna. Hitrost je vektorska količina, njena smer je določena s smerjo premika.

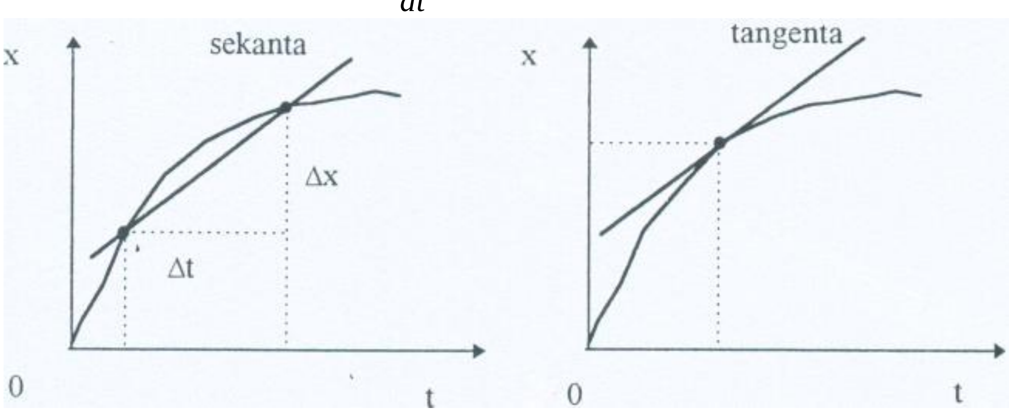
Pri poljubnem gibanje izračunamo **povprečno hitrost** v_s kot kvocient med pretečeno razdaljo Δx in porabljenim časom Δt.

$$v_s = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

To je hitrost, s katero bi se telo gibalo enakomerno, če bi v nekem času opravilo enako razdaljo kot pri danem neenakomernem gibanju.

V grafu poti $x(t)$ je povprečna hitrost določena s **smernim koeficientom (strmino) sekante** grafa skozi dve točki.
Če manjšamo časovni intrval Δt proti nič, preide v mejnem primeru sekanta v **tangento** na graf poti $x(t)$ v dani točki. Smerni koeficient tangente je merilo za **trenutno hitrost** telesa; $v = \lim_{\Delta t = 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$.

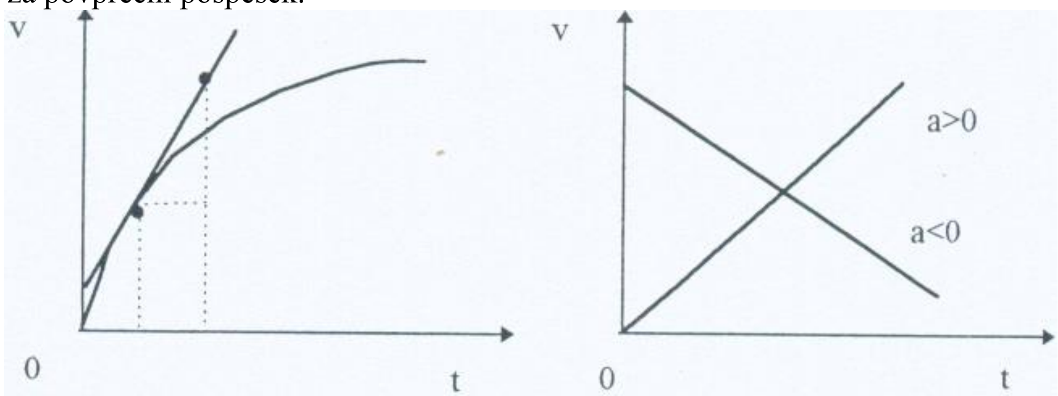
Splošno: hitrost je odvod poti po času: $v = \frac{dx}{dt}$; v je vektor, dx je vektor.



Za neenakomerno gibanje je značilno, da se trenutna hitrost spreminja s časom. Spreminjanje hitrosti opišemo s količino, ki jo imenujemo **pospešek**. Pospešek definiramo kot kvocient med spremembo trenutne hitrosti in časa, v katerem pride do spremembe. Enota za pospešek je 1 m/s^2.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

V grafu hitrosti *v(t)* je strmina grafa (določena s tangento na graf) merilo za trenutni pospešek, strmina sekante pa za povprečni pospešek.



Pospešek, s katerim se giblje telo, je lahko pozitiven ali pa negativen. Pospešek je pozitiven, če hitrost telesa narašča, v nasprotnem primeru pa je negativen. Pospešek je vektor, njegova smer je določena s smerjo spremembe hitrosti.

Pri enakomerno pospešenem gibanju se trenutna hitrost spreminja enakomerno s časom, torej je pospešek stalen.

2.2 Kandidat naj zna za enakomerno in enakomerno pospešeno premo gibanje zapisati osnovne enačbe za s(t), v(t) in a(t) in jih uporabiti pri računanju.

Enakomerno gibanje:

$s = v \cdot t$ ali $s = s_0 + v \cdot t$, kjer je

s ... pot
s_0 ... pot, opravljena pred začetkom merjenja časa
v ... hitrost
t ... čas gibanja

v = konst. → hitrost se ne spreminja, je stalna
a = 0 → pospešek je enak nič

Enakomerno pospešeno gibanje:

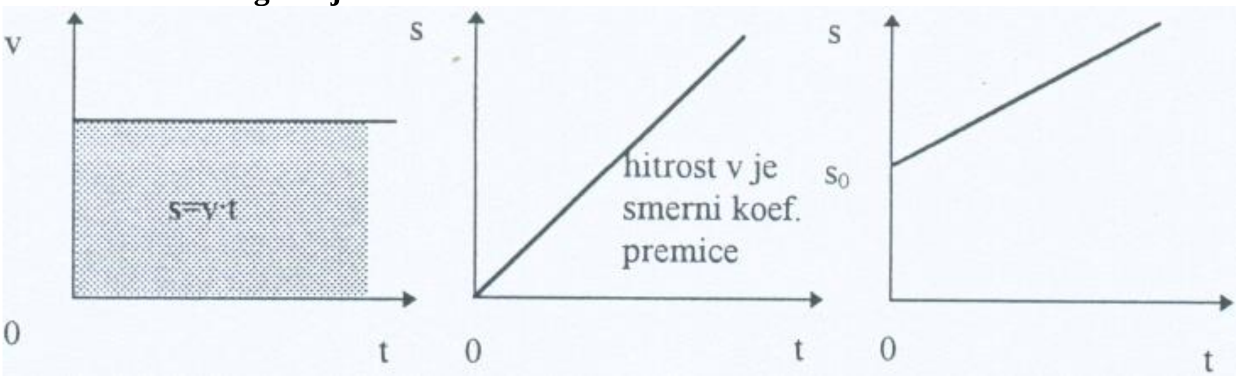
$v = a \cdot t$ ali $v = v_0 + a \cdot t$ (če je ob začetku opazovanja – ob času t = 0 hitrost različna od 0 oz. v = v_0)
Hitrost je premosorazmerna s časom gibanja. Hitrost je linearna funkcija časa.

Pot lahko izračunamo kot produkt povprečne hitrosti in časa gibanja ali pa kot ploščino lika med grafom v(t) in abscisno osjo. Sledi: $s = \frac{1}{2}at^2$ oz. $s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$.

a = konst. → pospešek je stalen in različen od nič

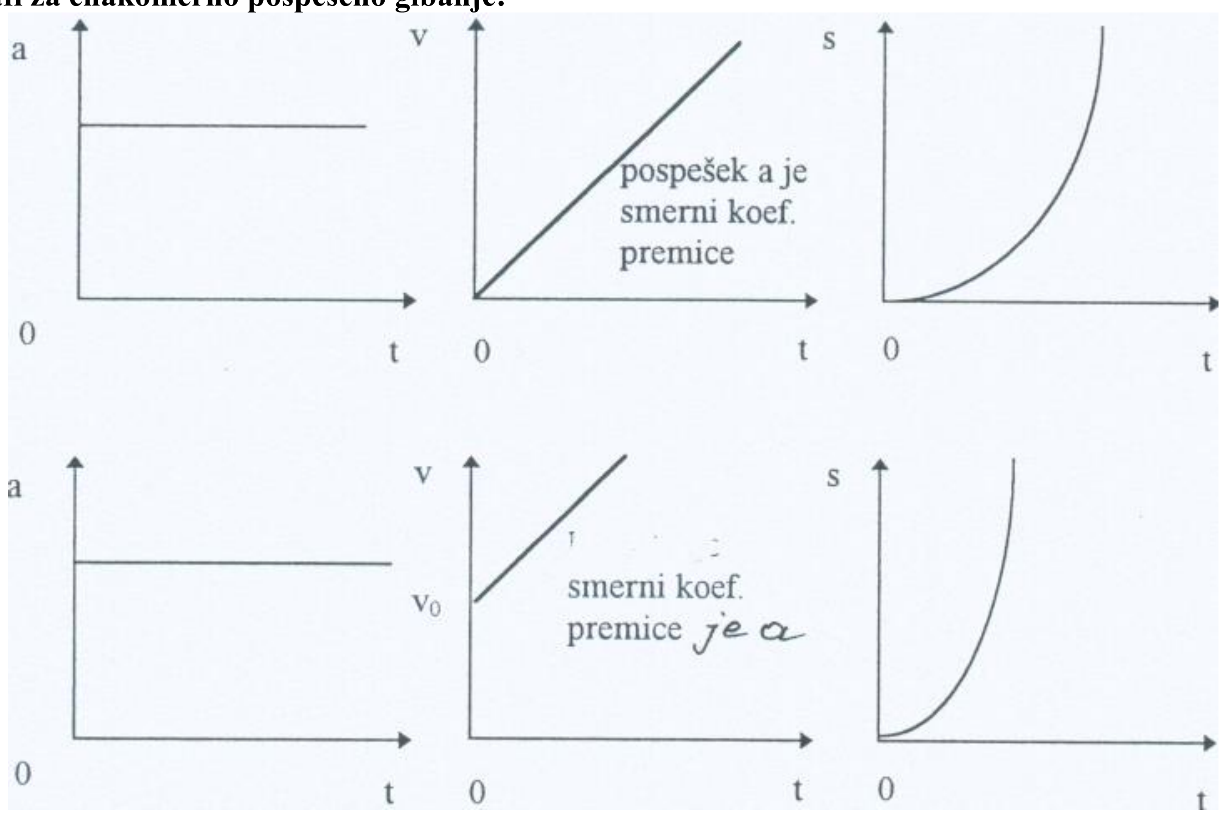
2.3 Kandidat naj zna za ti dve gibanji grafično prikazati s(t), v(t) in a(t)

Grafi za enakomerno gibanje:



Pomni! Hitrost je stalna. Pot je sorazmerna s časom. Ploščina lika (pravokotnika) med grafom *v(t)* in abscisno osjo je merilo za pot, ki jo je prevozilo telo v času *t*. Smerni koeficient premice v grafu *s(t)* je merilo za hitrost telesa.

Grafi za enakomerno pospešeno gibanje:



Pomni! Pospešek je pri enakomernem gibanju stalen. Smerni koeficient (strmina) grafa v(t) je merilo za pospešek. Ploščina med grafom a(t) in abscisno osjo je merilo za hitrost, ki jo je telo v času gibanja doseglo. Ploščina med grafom v(t) in abscisno osjo je merilo za pot, ki jo je telo prešlo v določenem času.

Graf poti s(t) je parabola.

2.4 Kandidat naj zna iz grafa *s(t)* določiti *v*, iz grafa *v(t)* pot *s* in pospešek *a* in iz grafa *a(t)* hitrost *v*

V grafu poti je hitrost v danem trenutku enaka smernemu koeficientu tangente na graf (krivuljo) v dani točki.

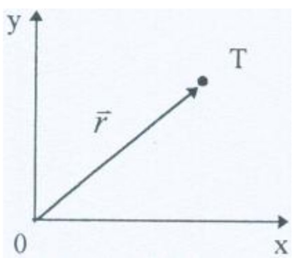
V grafu hitrosti je pot, ki jo je telo prevozilo v določenem času, enaka ploščini lika med grafom (krivuljo) in abscisno osjo.

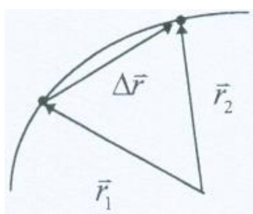
V grafu hitrosti je smerni koeficient tangente na graf (krivuljo) merilo za pospešek.

V grafu pospeška je hitrost določena s ploščino lika med grafom 8krivuljo) in abscisno osjo.

2.5 Kandidat naj zna definirati hitrost in pospešek pri krivem gibanju

Krivo gibanje je gibanje po krivulji. Tir gibanje je kriva črta.
Ploskovno gibanje opisujemo tako, da zasledujemo časovno spreminjanje dveh pravokotnih koordinat *x* in *y*. Ta postopek je lahko dokaj zapleten, posebno pri prostorskem gibanju, kjer moramo koordinatama *x* in *y* dodati še tretjo koordinato v smeri pravokotno na ravnino *x*-*y*. Temu se izognemo, če uporabimo vektorje.
V vektorski predstavi označimo trenutno lego telesa s krajevnim vektorjem $\vec{r}$, ki vodi iz koordinatnega izhodišča 0 do mesta telesa T.





Med gibanjem telesa se krajevni vektor $\vec{r}$ spreminja s časom, na splošno tako v smeri kot v velikosti.
Lega telesa je v trenutku t_1 podana s **krajevnim vektorjem** $\vec{r}_1$, v trenutku t_2 pa z $\vec{r}_2$. Telo se je v času $\Delta t = t_2 - t_1$ premaknilo za vektor (premik) $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$.

Količnik $\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ je vektor **srednje (povprečne) hitrosti $\bar{v}$.**
Trenutno hitrost telesa izračunamo tako, da premik *dr*, ki ga opravi telo v infinitezimalno kratkem času *dt*, delimo s tem časom:

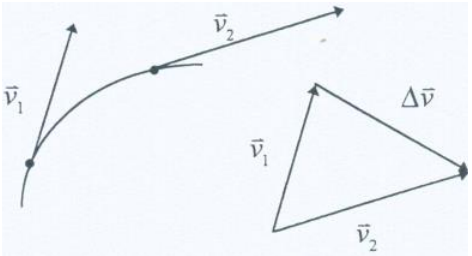
$$v = \frac{dr}{dt}$$

Vektor hitrosti ima isto smer kot vektor premika, torej ima smer **tangente na tir gibanja**.

Premik *dr* telesa v časovnem intervalu *dt* lahko izrazimo: $dr = v \cdot dt$

Pri krivem gibanju se vektor trenutne hitrost spreminja. Če je že velikost stalna, se pa spreminja smer vektorja.

S pospeškom opisujemo spreminjanje hitrosti gibanja. Hitrost je vektor. Spreminja se lahko velikost hitrosti kot tudi njena smer. Pospešek mora zato izražati spreminjanje velikosti in smeri hitrosti, kar pomeni, da mora biti vektorska količina. **Vektor pospeška ima smer vektorja spremembe hitrosti**.



Če vektor spremembe hitrosti Δv delimo s časovnim intervalom Δt, v katerem se je ta sprememba izvršila, dobimo **srednji (povprečni) pospešek** (vektor!):

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Srednji pospešek pove srednjo (povprečno) spremembo vektorja hitrosti v časovni enoti.

Trenutni pospešek dobimo tako, da spremembo trenutne hitrosti *dv*, od katere pride v infinitezimalno kratkem času *dt*, delimo s tem časom:

$$a = \frac{dv}{dt}$$

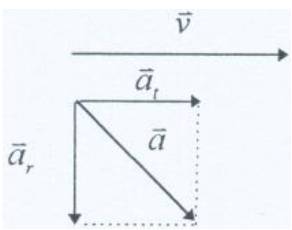
Pospešek *a* ima smer vektorja **spremembe hitrosti** *dv*.

Če je v nekem trenutku *t* hitrost telesa *v*, se v naslednjem kratkem časovnem intervalu *dr* spremeni hitrost za

$$dv = a \cdot dt$$

Vektor *v* se nekoliko zasuče in obenem spremeni velikost.

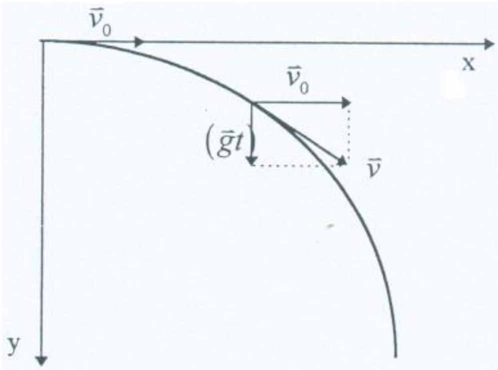
Kako se vektor hitrosti med gibanjem spreminja, je odvisno od vektorja pospeška. Če pospešek *a* kaže v smer vektorja hitrosti *v*, ima nova hitrost enako smer kot prvotna hitrost *v*; **smer hitrosti se ne spremeni**.
Če je pospešek *a* pravokoten na smer hitrosti *v*, se velikost hitrosti ne spremeni, **spremeni se le smer hitrosti.**
Vektor hitrosti se zasuče k smeri pospeška.
Splošno je pospešek *a* poševen glede na smer hitrosti *v*. Pomagamo si tako, da vektor pospeška razstavimo na komponento a_t, ki ima smer hitrosti *v* in na komponento a_r, ki je pravokotna na *v*. Komponenta a_t se imenuje **tangentni pospešek**, komponenta a_r pa **radialni pospešek**.



Tangentni pospešek ne vpliva na smer hitrosti, spreminja le njeno velikost. Radialni pospešek učinkuje nasprotno - spreminja smer hitrosti, velikosti pa ne.

2.6 Kandidat naj zna vodoravni met razstaviti na gibanji v vodoravni in navpični smeri

Telo izvaja vodoravni met, če mu podelimo hitrost v vodoravni smeri. Vodoravni met je krivo gibanje. Vsako krivo gibanje lahko obravnavamo kot sestavljeno gibanje.
Če ne bi bilo teže, bi se vrženo telo zaradi vztrajnosti gibalo ves čas enakomerno v vodoravni smeri z začetno hitrostjo v_0. Zaradi teže pa telo hkrati pada enakomerno pospešeno proti Zemlji. Trenutno lego telesa lahko zato določimo s pomočjo enačb:



x koordinata: $x = v_0 t$

y koordinata: $y = \dfrac{gt^2}{2}$

enačba tira: $y = \dfrac{g}{2v_0^2} x^2$; tir je parabola

Čas let t_0 telesa je odvisen od višine h, s katere je bilo vrženo: $t_0 = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$ (enak času prostega pada).

Domet D je oddaljenost točke, v kateri pade telo na tla od podnožišča: $D = v_0 \cdot t_0$.
Hitrost telesa je v vsaki točki tira vektor, ki ima smer tangente na tir. Velikost vektorja hitrosti izračunamo s Pitagorovim izrekom: $v = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$

Kot, pod katerim pade telo na tla, določimo z uporabo kotnih funkcij.

Če gibanje telesa moti zračni upor, je tir namesto parabole **balistična krivulja.**

Razširitev: s spoznanji, ki jih pridobimo pri obravnavanju vodoravnega meta si lahko pomagamo tudi pri poševnem metu – saj je druga polovica tega meta podobna vodoravnemu metu.

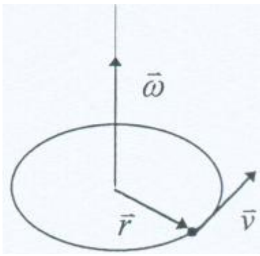
2.7 Kandidat naj zna definirati obhodni čas in frekvenco

Kroženje je enakomerno, če oriše telo v enakih časih enako dolge loke. Čas, v katerem napravi en obhod imenujemo obhodni čas t_0.

Frekvenco kroženja ν definiramo kot število obhodov v časovni enoti. Če je telo v t sekundah opravilo N obhodov, je frekvenca $\nu = \dfrac{N}{t}$.
Enota za frekvenco je *obhod/s* ali s^{-1} (v elektrotehniki in akustiki tudi *Hz*).
Ker napravi telo en obhod v obhodnem času, je: $\nu = \dfrac{1}{t_0}$

2.8 Kandidat naj zna definirati kotno hitrost pri enakomernem kroženju in jo povezati s frekvenco in obodno hitrostjo

Zveza med obodno in kotno hitrostjo: $v = \dfrac{2\pi r}{t_0} = 2\pi r \nu = \omega \cdot r$.
Obodna hitrost je odvisna od radija, to pa ni vedno ugodno za opis kroženja in še manj za opis vrtenja. Zato vpeljemo novo količino, ki jo imenujemo kotna hitrost in jo označimo z ω.



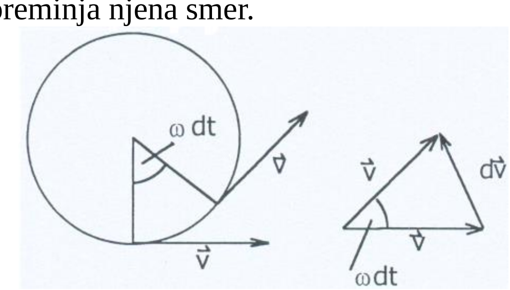
Kotna hitrost enakomerno krožečega točkastega telesa pove, kolikšen kot oriše njegov radij-vektor v časovni enoti. Če je radij-vektor orisal kot φ v t sekundah, je kotna hitrost $\omega = \frac{\varphi}{t}$.

Enota za kotno hitrost je: *rad/s* ali kratko s^{-1}. Ker oriše radij-vektor krožečega telesa kot 2π (polni kot) v enem obhodnem času, velja: $\omega = \frac{2\pi}{t_0} = 2\pi \nu$.

Kroženje oz. vrtenje je enakomerno, če je kotna hitrost stalna. Tudi kotna hitrost je vektor. Njegova smer je pravokotna na ravnino kroženja oz. vrtenja. Določimo jo s pravilom desnega vijaka.

2.9 Kandidat naj zna izpeljati izraz za radialni pospešek pri enakomernem kroženju in ga povezati s centripetalno silo

Lahko tudi rečemo, da je enakomerno kroženje pospešeno gibanje, saj se kljub temu, da je velikost obodne hitrosti stalna, stalno spreminja njena smer.



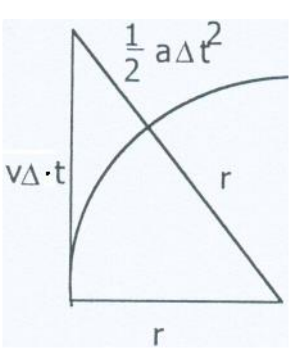
Opazujmo krožeče telo. Radij-vektor telesa opiše v infinitezimalno kratkem času *dt* kot $\omega \cdot dt$.
Začetka vektorjev obodne hitrosti prenesemo v skupno točko. Vektor, ki veže njuni konici, je razlika (sprememba) hitrosti *dv*. Vektorja oklepata kot ω. $\omega \cdot dt$, ki je majhen, zato lahko daljico *dv* obravnavamo kot lok, ki pripada središčnemu kotu $\omega \cdot dt$ (lok = polmer · središčni kot). Zato velja:

$$dv = v \cdot \omega \cdot dt$$

Ker je pospešek $a = \frac{dv}{dt}$ sledi: $a_r = v \cdot \omega = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r$.

Sprememba hitrosti *dv* je v vsakem trenutku pravokotna na vektor hitrosti, torej ima smer radija, kaže proti središču kroženja. Zato ta pospešek imenujemo **radialni ali centripetalni pospešek.**

Pomni! Radialni pospešek je posledica stalnega spreminjanja smeri vektorja hitrosti pri kroženju.



Enakomerno kroženje lahko obravnavamo tudi kot sestavljeno gibanje iz enakomernega gibanja z obodno hitrostjo v smeri tangente na tir in iz hkratnega enakomerno pospešenega gibanja v smeri proti središču.

Izpeljava enačbe za radialni pospešek:
V kratkem času *Δt* napravi krožeče telo v smeri tangente na tir pot $v \cdot \Delta t$, ker se giblje enakomerno. Hkrati opravi v smeri proti središču pot $\frac{1}{2}at^2$ s pospeškom *a*. V narisanem trikotniku uporabimo Pitagorov izrek:

$\left(r+\frac{1}{2}a\Delta t^2\right)^2=(v\Delta t)^2+r^2$. Enačbo preuredimo in zaradi majhnosti zanemarimo člen, ki vsebuje Δt^4.

Dobimo: $a=\frac{v^2}{r}$

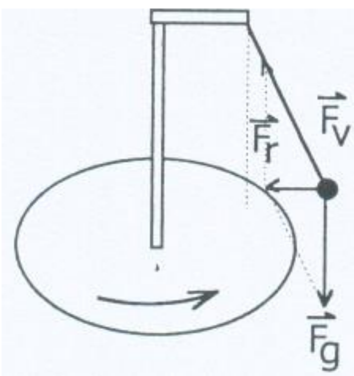
SILE PRI KROŽENJU

Če naj telo kroži enakomerno, mora nanj delovati od strani sila, ki mu stalno spreminja smer gibanja (hitrost). To je **radialna sila**, ki mu podeljuje radialni pospešek v smeri proti središču kroženja. Po 2. Newtonovem zakonu velja $F=m\cdot a$, torej sledi

$$F=m\cdot\frac{v^2}{r}=m\cdot\omega^2\cdot r$$

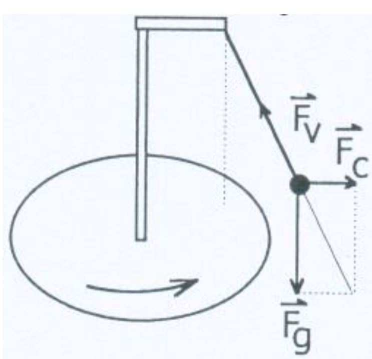
Mnogokrat se govori tudi o **centrifugalni sili**. To je sistemska (navidezna) sila, pojavi se kot reakcija na radialno silo. Čuti jo le telo, ki je udeleženo pri kroženju.
Tudi: centrifugalna sila je reakcijska sila, s katero krožeče telo učinkuje na okolico, ki ga sili v kroženje. Opazujmo kroglico na nitki, ki kroži:

1. Opazovalni sistem pripnemo na okolico.



Telo kroži, torej mora nanj delovati sila F_r v smeri proti središču. Sila F_r je rezultanta teže telesa F_g in sile vrvice F_v.

2. Opazovalni sistem pritrdimo na ploščo, ki se vrti skupaj s kroglico.



Zdaj kroglica za opazovalca miruje, torej je vsota sil, ki nanjo delujejo, enaka nič. Rezultanto sil F_g in F_v uravnoveša sila F_c (centrifugalna sila), ki vleče proč od središča kroženja. Po velikosti je enaka radialni sili. Centrifugalno silo moramo vpeljati, če hočemo razložiti navidezno nasprotje pri spremembi opazovalnega sistema.