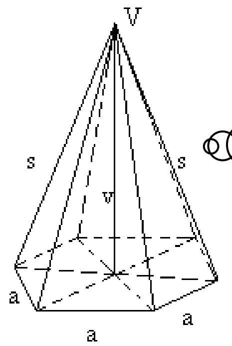
PRAVILNA 6-STRANA PIRAMIDA

Kaj bom izvedel/a?

- opisati pravilno 6-strano piramido,
- narisati mrežo pravilne 6-strane piramide,
- skicirati pravilno 6-strano piramido,
- zapisati obrazec za računanje O, pl, P, V pravilne 6-strane piramide,
- izračunati O, pl, P, V pravilne 6-strane piramide (direktni, indirektni podatki),
- uporabiti Pitagorov izrek pri pravilni 6-strani piramidi.

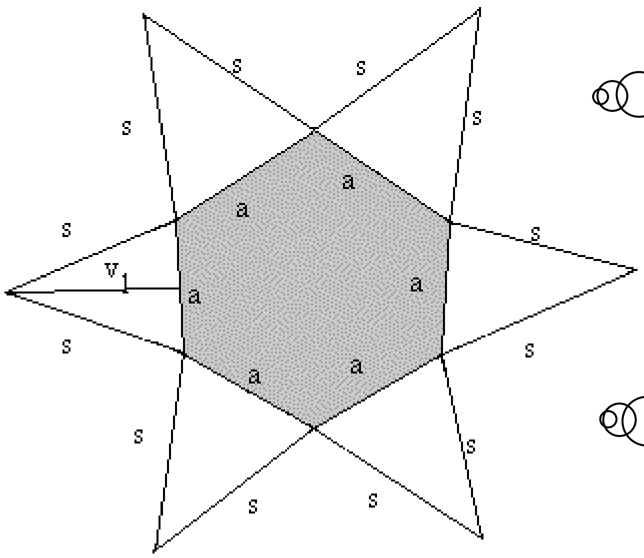
Naslov napiši v zvezek. Preberi in preštudiraj ☺ . Nariši piramido in mrežo piramide. Razlago si lahko tudi natisneš. Poglej si rešene primere. Reši naloge iz učbenika.

Ima 7 oglišč, 12 robov (6 osnovnih, 6 stranskih) in 7 ploskev (ena osnovna ploskev – pravilni šestkotnik, 6 stranskih ploskev – skladni enakokraki trikotniki).



Nariši s svinčnikom skico in označi robove.

Mreža: a = 3 cm, s = 5 cm

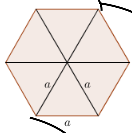


Nariši s svinčnikom, ravnilom in šestilom mrežo glede na podane mere in označi robove.

S sivo je označena osnovna ploskev, z belo pa plašč oz. vse stranske ploskve.

Kako že narišem pravilni 6-kotnik? ☺
Narišemo stranico šestkotnika. Izračunamo notranji kot $\frac{(n-2)\cdot 180°}{6} = \frac{4\cdot 180°:}{6} = 120°$. Načrtamo oba kota ob narisani stranici in s šestilom odmerimo sosednji stranici na krakih. Postopek nadaljujemo.

Od kje ta formula?
Šestkotnik lahko razdelimo na 6 enakih enakostraničnih trikotnikov.



POVRŠINA

Izhajamo iz splošne formule za površino piramid P = O + pl.

Za osnovno ploskev imamo pravilni šestkotnik, zato se osnovna ploskev izračuna po formuli $\boldsymbol{O = 6 \cdot \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}}$, kjer a dolžina osnovnega roba.

Plašč je sestavljen iz šestih skladnih enakokrakih trikotnikov. Ploščina trikotnika se izračuna $p = \frac{a \cdot v_a}{2}$ ali $\frac{b \cdot v_b}{2}$ ali $\frac{c \cdot v_c}{2}$. Če vstavimo ustrezne oznake dobimo ploščino ene stranske ploskve $S = \frac{a \cdot v_1}{2}$. Ker je stranskih ploskev šest, se plašč izračuna po formuli $\boldsymbol{pl = 6 \cdot \frac{a \cdot v_1}{2}}$.

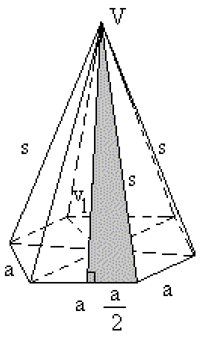
Če v splošno formulo vstavimo O in pl dobimo: $\boldsymbol{P = 6 \cdot \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + 6 \cdot \frac{a \cdot v_1}{2}}$.

PROSTORNINA

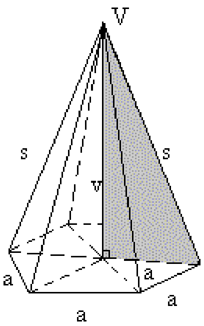
Splošna formula za prostornino je V = $\frac{O \cdot v}{3}$, kar pomeni, da se volumen pravilne 6-strane piramide izračuna $\boldsymbol{V = \frac{6 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3} \cdot v}{12}}$.

PITAGOROV IZREK

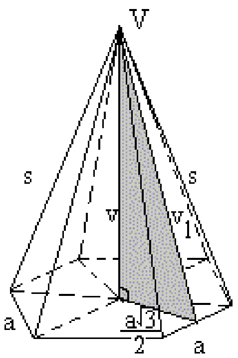
V pravilni 6-strani piramidi lahko najdemo 3 različne pravokotne trikotnike, v katerih velja Pitagorov izrek.



$$s^2 = v_1^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$



$$s^2 = a^2 + v^2$$



$$v_1^2 = v^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

PRIMER

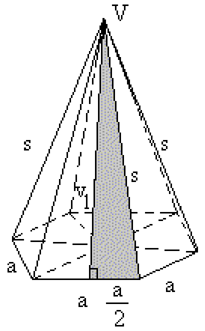
Izračunaj površino in prostornino pravilne šeststrane piramide, katere stranski rob meri 13 dm, višina stranske ploskve pa 12 dm.

$s = 13\ dm$

$\underline{v_1 = 12\ dm}$

$P = ?$

$V = ?$



$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = s^2 - v_1^2$

$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = 13^2 - 12^2$

$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = 169 - 144$

$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = 25$

$\frac{a}{2} = \sqrt{25}$

$\frac{a}{2} = 5$

$a = 10\ dm$

$P = 6 \cdot \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + 6 \cdot \frac{a \cdot v_1}{2}$

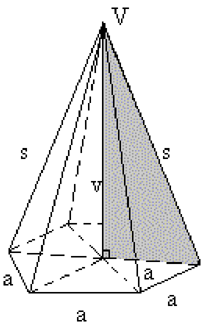
$P = 6 \cdot \frac{10^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + 6 \cdot \frac{10 \cdot 12}{2}$

$P = 6 \cdot \frac{100 \cdot \sqrt{3}}{4} + 6 \cdot \frac{120}{2}$

$P = \frac{600 \cdot \sqrt{3}}{4} + 6 \cdot 60$

$P = 150\sqrt{3} + 360\ dm^2$

Za izračun površine potrebujemo dolžino osnovnega roba, ki ga dobimo iz Pitagorovega izreka.



$v^2 = s^2 - a^2$

$v^2 = 13^2 - 10^2$

$v^2 = 169 - 100$

$v^2 = 69$

$v = \sqrt{69}$

$v \doteq 8{,}3\ dm$

$V = \frac{6 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3} \cdot v}{12}$

$V = \frac{6 \cdot 10^2 \cdot \sqrt{3} \cdot 8{,}3}{12}$

$V = \frac{\cancel{6} \cdot 100 \cdot \sqrt{3} \cdot 8{,}3 \cdot 1}{\cancel{12} \cdot 2}$

$V = 415\sqrt{3}\ cm^3$

Za izračun prostornine potrebujemo še telesno višino, ki jo dobimo iz Pitagorovega izreka.

Reši v zvezek nalogo 11 iz učbenika na strani 163. Rešitve preveri v rešitvah učbenika.