1	2	3	4	5	6	7	$\sum$

Ime, priimek ____________________

Razred __________

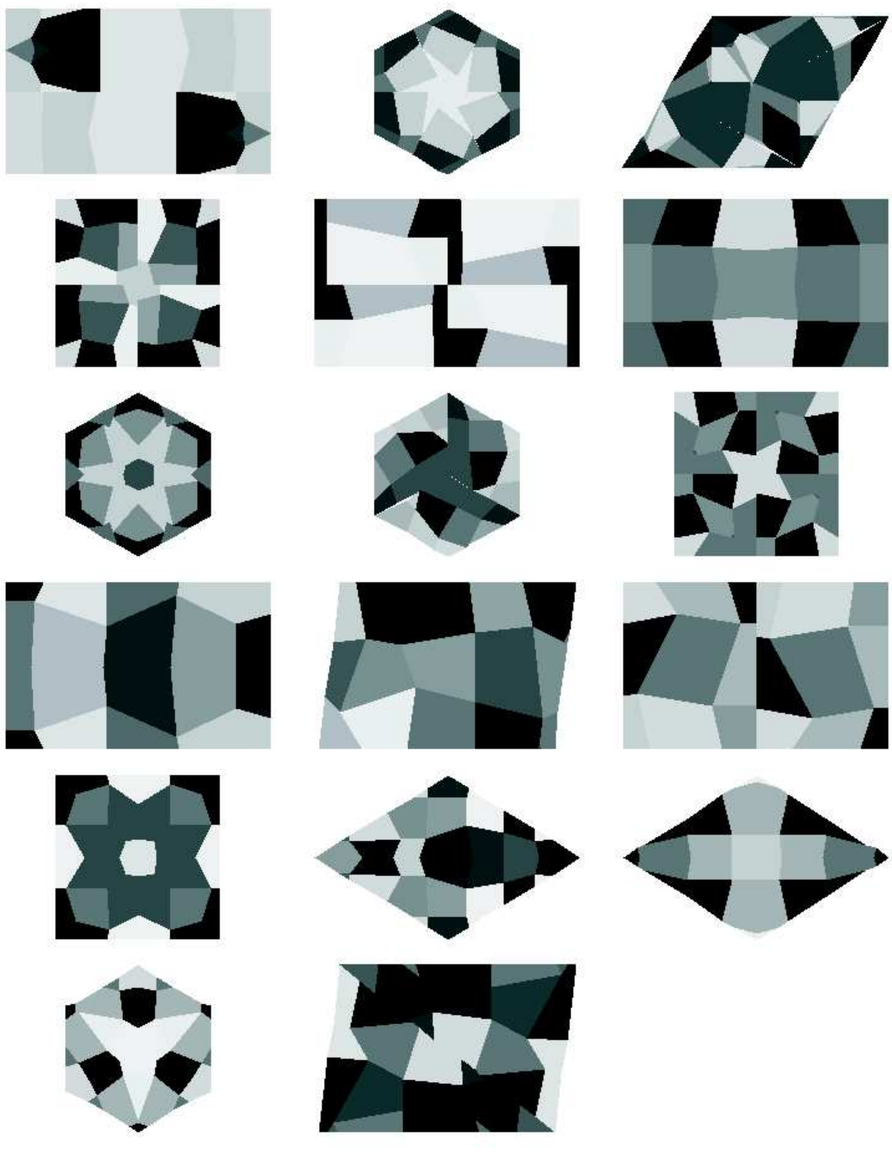
14. DRŽAVNO TEKMOVANJE V RAZVEDRILNI MATEMATIKI

NALOGE ZA PETI IN ŠESTI RAZRED OSNOVNE ŠOLE

Čas reševanja nalog: 90 minut
Točkovanje 1., 2., in 7. naloge je opisano v besedilu naloge, 3., 4., in 5. naloga so vredne po 20 točk, 6. naloga pa 40 točk. Naloge z labirinti ne smemo reševati z izrezovanjem mreže. Pri nalogah, kjer ni potrebna razlaga, mora biti iz vmesnih rezultatov razvidna samostojnost reševanja.

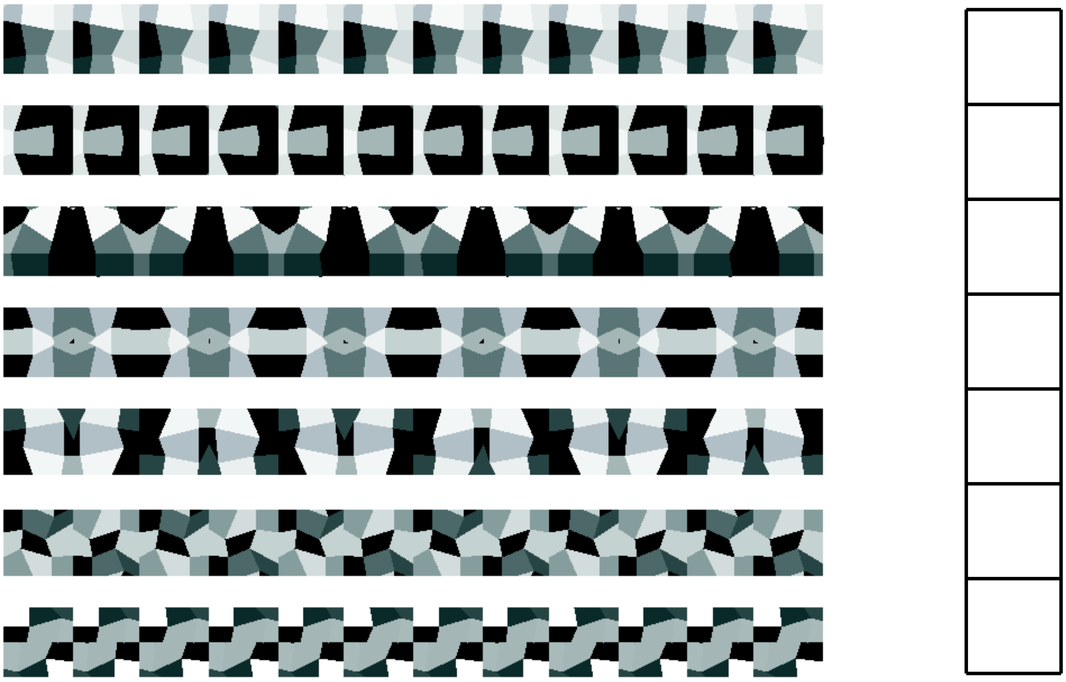
1. Ravninske grupe (razlaga postopka reševanja ni potrebna)

Slike prikazujejo vseh 17 ravninskih kristalografskih grup, ki jih najdeš tudi na priloženem listu. Na priloženem listu so oštevilčene od 1 do 17, v tej nalogi pa so v slučajnem vrstnem redu. Poleg slik je narisana preglednica, katere vsako polje ustreza eni izmed slik. Številko, ki pripada posamezni sliki, vpiši v ustrezno polje. Za vsak pravilen odgovor dobiš 2 točki, za vsak nepravilen pa se 2 točki odštejeta (prazno polje prinese 0 točk).



2. Linearne grupe (razlaga postopka reševanja ni potrebna)

V nalogi nastopa vseh 7 linearnih grup, ki jih najdeš tudi na priloženem listu. Na priloženem listu so oštevilčene od 1 do 7, v tej nalogi pa so v slučajnem vrstnem redu. Poleg slik je narisana preglednica, katere vsako polje ustreza eni izmed slik. Številko, ki pripada posamezni sliki, vpiši v ustrezno polje. Za vsak pravilen odgovor dobiš 3 točke, za vsak nepravilen pa se 3 točke odštejejo (prazno polje prinese 0 točk).

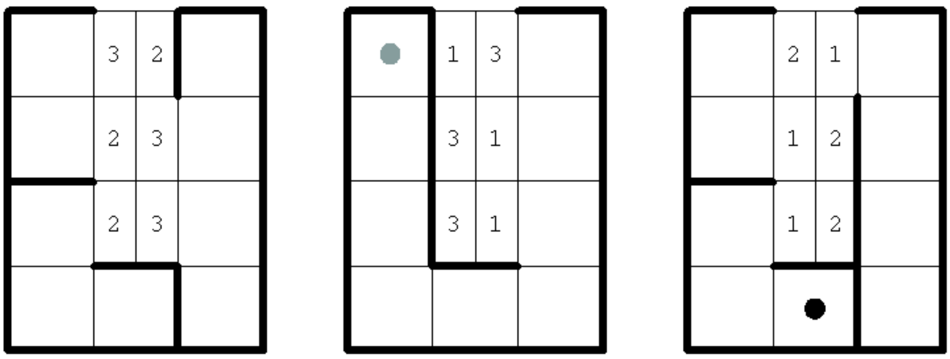


3. Labirint na Riemannovi ploskvi (razlaga postopka reševanja ni potrebna)

Imamo več listov, ki jih razlikujemo po zaporedni številki od leve proti desni. Vsak list ima obliko podkve, sredina pa je razrez. Vsi kvadratki enega lista so povezani, prehod med njimi pa nam prepreči odebeljena črta.

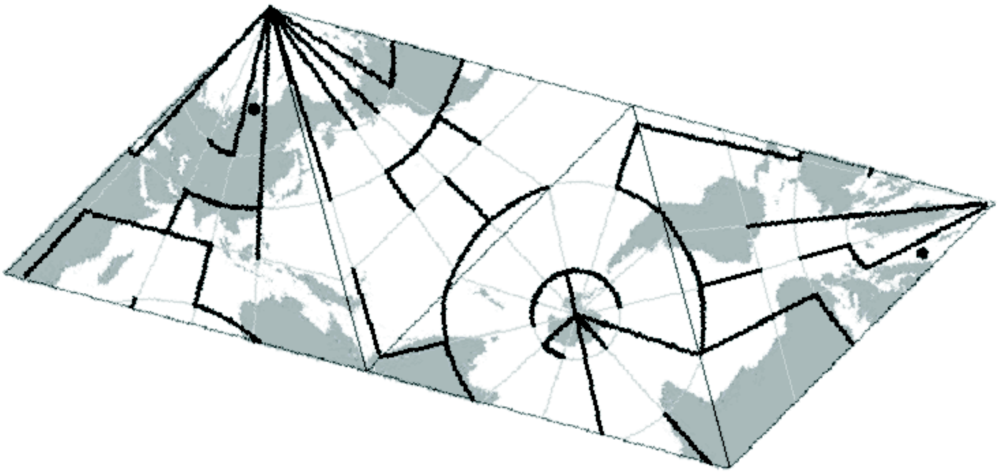
Kako pa je s prehajanjem z enega lista na drugega? To so prehodi po horizontali. Recimo, da smo se znašli na desnem zgornjem kvadratku tretjega lista. V sosednjem pravokotniku je oznaka 1 – to pomeni, da lahko nadaljujemo na levem zgornjem kvadratku prvega lista. Oznaka 3 sosednjega pravokotnika nam pove, da smo prišli s tretjega lista. Seveda pa tak prehod ne bi bil možen, če bi bila ob prvotnem kvadratku ovira v obliki odebeljene črte, kot je npr. pri desnem zgornjem kvadratku na prvem listu.

Naloga je, da najdemo pot od temnejše do svetlejše točke. Kvadratek, na katerem je črna točka, označi z 1, nato pa označuj z zaporednimi števili vse kvadratke, preko katerih se po vrsti pomikaš do sive točke.



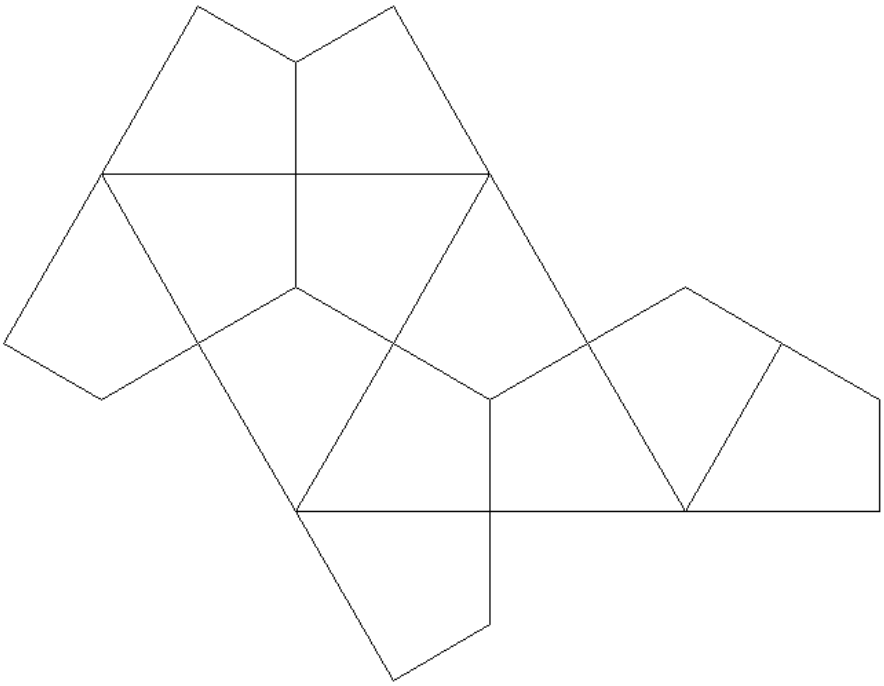
4. Labirint na zemljevidu (razlaga postopka reševanja ni potrebna)

Na mreži je narisan zemljevid Zemlje. Narisani so nekateri vzporedniki in poldnevniki, ki razdelijo mrežo na polja. V dveh poljih je po ena temna pika. Poišči najkrajšo pot od desne pike do leve. Polje, v katerem je desna pika, označi z 1, nato pa označuj z zaporednimi števili vsa polja, preko katerih se po vrsti pomikaš do leve pike. Z enega polja lahko greš neposredno na sosednje polje le, če meja med njima ni označena z odebeljeno črto. (Namesto številčenja lahko narišeš pot.)



5. Barvanje mrež poliedrov (razlaga postopka reševanja ni potrebna)

Vse štirikotnike, ki pripadajo isti mejni ploskvi poliedra, pobarvaj z enako barvo. Štirikotnika, ki ne pripadata isti mejni ploskvi, morata biti pobarvana z različnima barvama. (Namesto barvanja lahko štirikotnike označuješ s števili: vsaki mejni ploskvi poliedra prirediš število tako, da različnima mejnima ploskvama dodeliš različni števili. V štirikotnike, ki pripadajo isti mejni ploskvi vpišeš število, ki ga ima ta mejna ploskev.)



6. Kriptaritem (na priloženi list podrobno opiši postopek reševanja)

V računu množenja

$$ABCDE \cdot 4 = EDCBA$$

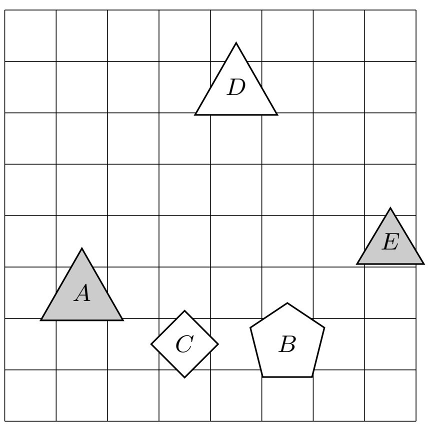
ne nastopa števka 0. Različne črke predstavljajo različne števke. Poišči, katere števke predstavljajo posamezne črke, in račun zapiši s števkami.

7. Svetova (razlaga postopka reševanja ni potrebna)

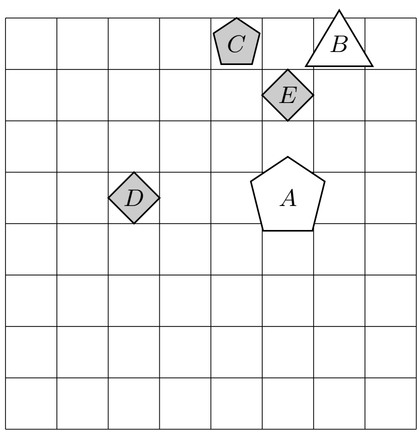
Ugotovi resničnostno vrednost danih stavkov, podanih v dveh svetovih. V ustrezno polje preglednice vpiši R, če je stavek za posamezen svet resničen, oziroma N, če stavek ni resničen. Za vsak pravilen odgovor dobiš 1 točko, za vsak nepravilen pa se 1 točka odšteje (prazno polje prinese 0 točk).

1. Lik D je bel ali je lik D trikotnik.
2. Lik D ni bel in lik D je srednje velikosti.
3. Lik D ni kvadrat, če in samo če je lik D kvadrat.
4. Lik B ni srednje velikosti ali je lik D majhen.
5. Če je lik A srednje velikosti, potem lik D ni majhen.
6. Lik B je majhen in lik B ni trikotnik.
7. Lik D je velik ali lik B ni bel.
8. Lik B ni bel, če in samo če lik B ni velik.
9. Lik A ni srednje velikosti in lik A je velik.
10. Ali lik A ni srednje velikosti ali lik D ni bel.
11. Ni res, da: če lik A ni majhen, potem je lik A siv.
12. Ni res, da: če je lik A majhen, potem je lik B srednje velikosti.
13. Ni res, da: lik C ni kvadrat in lik B ni petkotnik.
14. Ni res, da: ali je lik A bel ali lik D ni siv.
15. Ni res, da: če je lik A siv, potem je lik B srednje velikosti.
16. Ni res, da: lik A je srednje velikosti, če in samo če lik D ni kvadrat.
17. Ni res, da: ali je lik B srednje velikosti ali lik C ni petkotnik.
18. Ni res, da: če lik B ni bel, potem lik B ni kvadrat.
19. Ni res, da: ali lik D ni velik ali je lik D majhen.
20. Ni res, da: lik B je siv ali je lik C trikotnik.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1.																				
2.																				



1. svet



2. svet

1	2	3	4	5	6	7	$\sum$

Ime, priimek ____________________

Razred __________

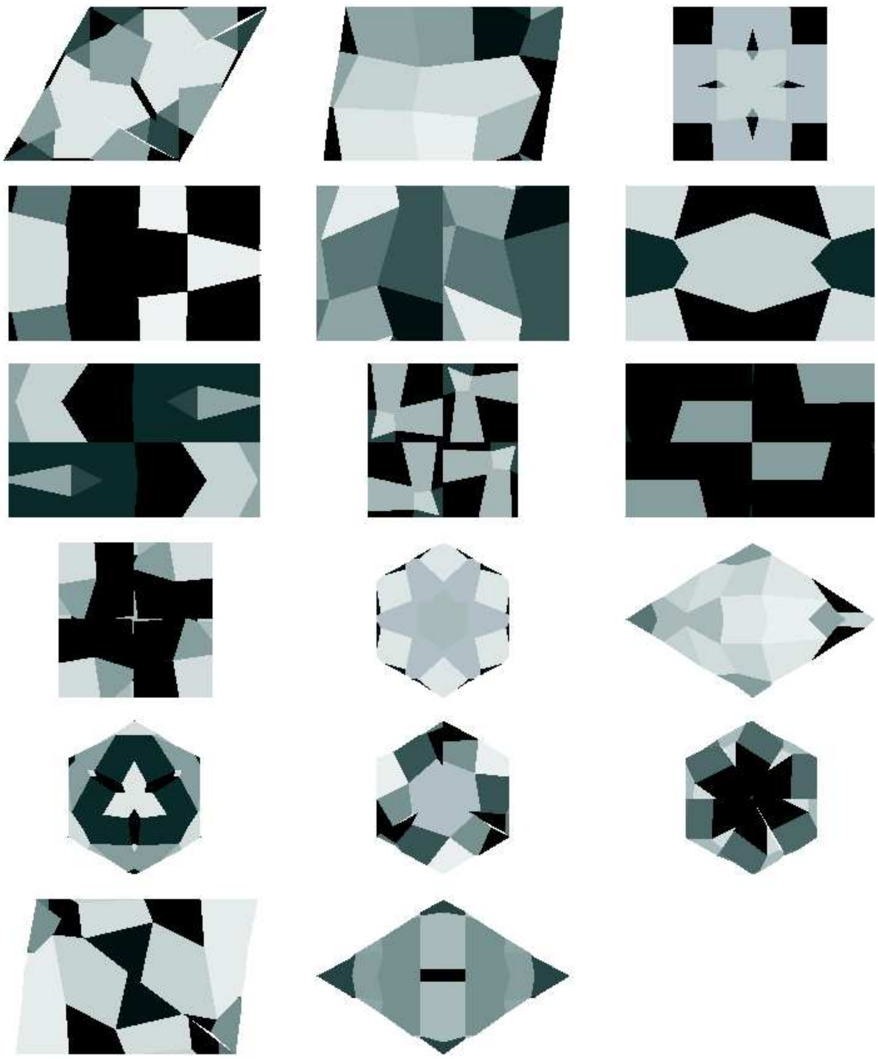
14. DRŽAVNO TEKMOVANJE V RAZVEDRILNI MATEMATIKI

NALOGE ZA SEDMI IN OSMI RAZRED OSNOVNE ŠOLE

Čas reševanja nalog: 90 minut
Točkovanje 1., 2., in 7. naloge je opisano v besedilu naloge, 3., 4., in 5. naloga so vredne po 20 točk, 6. naloga pa 40 točk. Naloge z labirinti ne smemo reševati z izrezovanjem mreže. Pri nalogah, kjer ni potrebna razlaga, mora biti iz vmesnih rezultatov razvidna samostojnost reševanja.

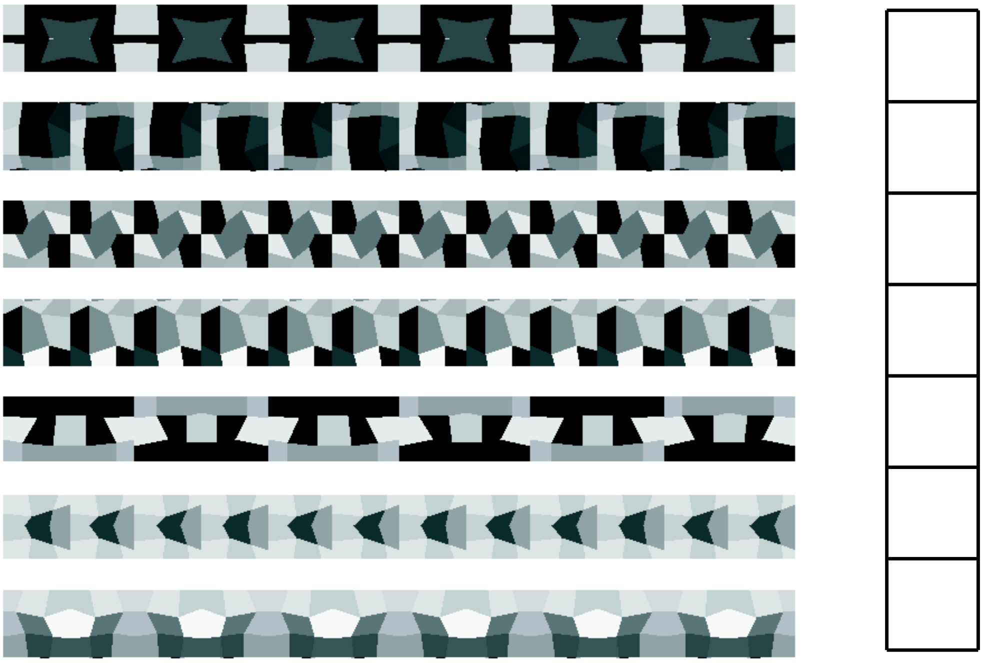
1. Ravninske grupe (razlaga postopka reševanja ni potrebna)

Slike prikazujejo vseh 17 ravninskih kristalografskih grup, ki jih najdeš tudi na priloženem listu. Na priloženem listu so oštevilčene od 1 do 17, v tej nalogi pa so v slučajnem vrstnem redu. Poleg slik je narisana preglednica, katere vsako polje ustreza eni izmed slik. Številko, ki pripada posamezni sliki, vpiši v ustrezno polje. Za vsak pravilen odgovor dobiš 2 točki, za vsak nepravilen pa se 2 točki odštejeta (prazno polje prinese 0 točk).



2. Linearne grupe (razlaga postopka reševanja ni potrebna)

V nalogi nastopa vseh 7 linearnih grup, ki jih najdeš tudi na priloženem listu. Na priloženem listu so oštevilčene od 1 do 7, v tej nalogi pa so v slučajnem vrstnem redu. Poleg slik je narisana preglednica, katere vsako polje ustreza eni izmed slik. Številko, ki pripada posamezni sliki, vpiši v ustrezno polje. Za vsak pravilen odgovor dobiš 3 točke, za vsak nepravilen pa se 3 točke odštejejo (prazno polje prinese 0 točk).

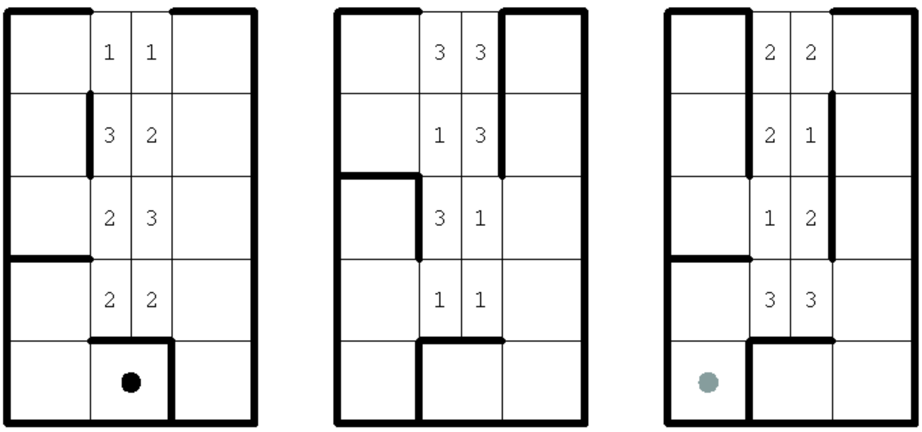


3. Labirint na Riemannovi ploskvi (razlaga postopka reševanja ni potrebna)

Imamo več listov, ki jih razlikujemo po zaporedni številki od leve proti desni. Vsak list ima obliko podkve, sredina pa je razrez. Vsi kvadratki enega lista so povezani, prehod med njimi pa nam prepreči odebeljena črta.

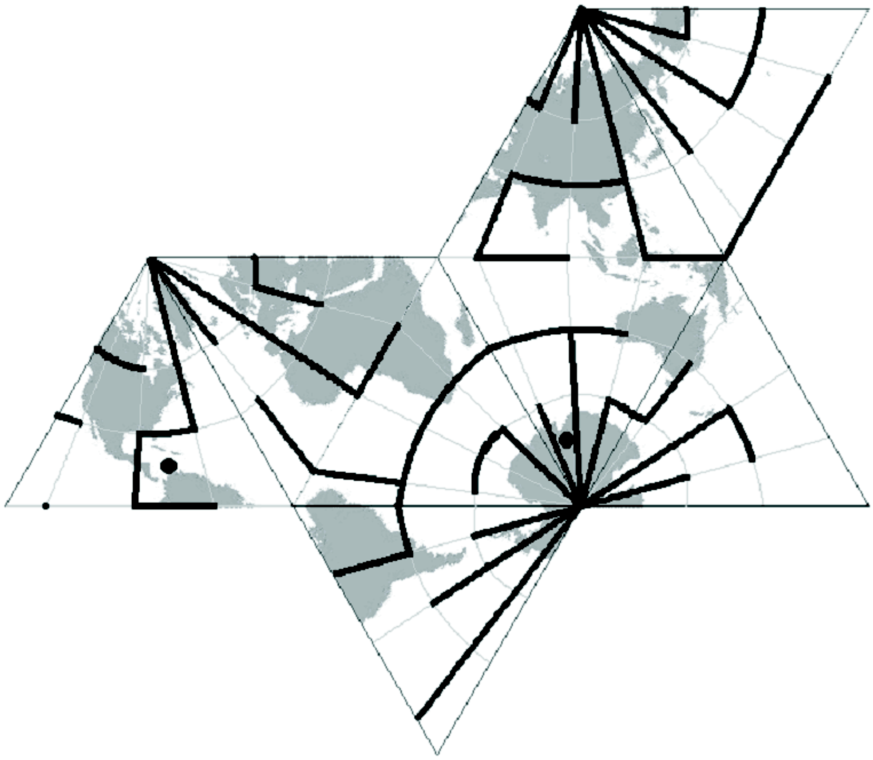
Kako pa je s prehajanjem z enega lista na drugega? To so prehodi po horizontali. Recimo, da smo se znašli na levem zgornjem kvadratku drugega lista. V sosednjem pravokotniku je oznaka 3 – to pomeni, da lahko nadaljujemo na desnem zgornjem kvadratku tretjega lista. Oznaka 2 sosednjega pravokotnika nam pove, da smo prišli z drugega lista. Seveda pa tak prehod ne bi bil možen, če bi bila ob prvotnem kvadratku ovira v obliki odebeljene črte, kot je npr. pri desnem zgornjem kvadratku na drugem listu.

Naloga je, da najdemo pot od temnejše do svetlejše točke. Kvadratek, na katerem je črna točka, označi z 1, nato pa označuj z zaporednimi števili vse kvadratke, preko katerih se po vrsti pomikaš do sive točke.



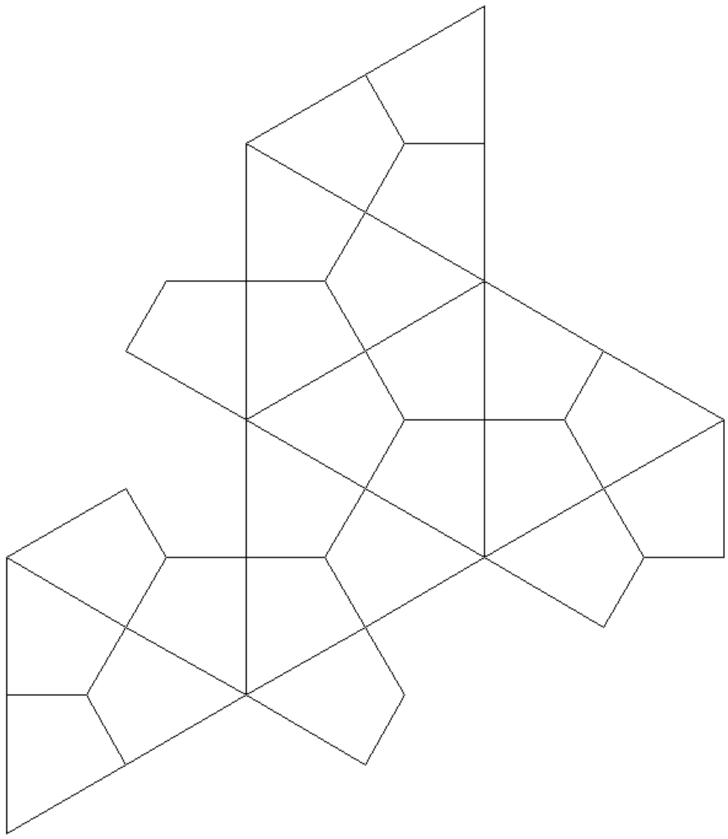
4. Labirint na zemljevidu (razlaga postopka reševanja ni potrebna)

Na mreži je narisan zemljevid Zemlje. Narisani so nekateri vzporedniki in poldnevniki, ki razdelijo mrežo na polja. V dveh poljih je po ena temna pika. Poišči najkrajšo pot od desne pike do leve. Polje, v katerem je desna pika, označi z 1, nato pa označuj z zaporednimi števili vsa polja, preko katerih se po vrsti pomikaš do leve pike. Z enega polja lahko greš neposredno na sosednje polje le, če meja med njima ni označena z odebeljeno črto. (Namesto številčenja lahko narišeš pot.)



5. Barvanje mrež poliedrov (razlaga postopka reševanja ni potrebna)

Vse štirikotnike, ki pripadajo isti mejni ploskvi poliedra, pobarvaj z enako barvo. Štirikotnika, ki ne pripadata isti mejni ploskvi, morata biti pobarvana z različnima barvama. (Namesto barvanja lahko štirikotnike označuješ s števili: vsaki mejni ploskvi poliedra prirediš število tako, da različnima mejnima ploskvama dodeliš različni števili. V štirikotnike, ki pripadajo isti mejni ploskvi vpišeš število, ki ga ima ta mejna ploskev.)



6. Kriptaritem (na priloženi list podrobno opiši postopek reševanja)

Velja enakost

$$CHINE + ASIE = JAPON\,,$$

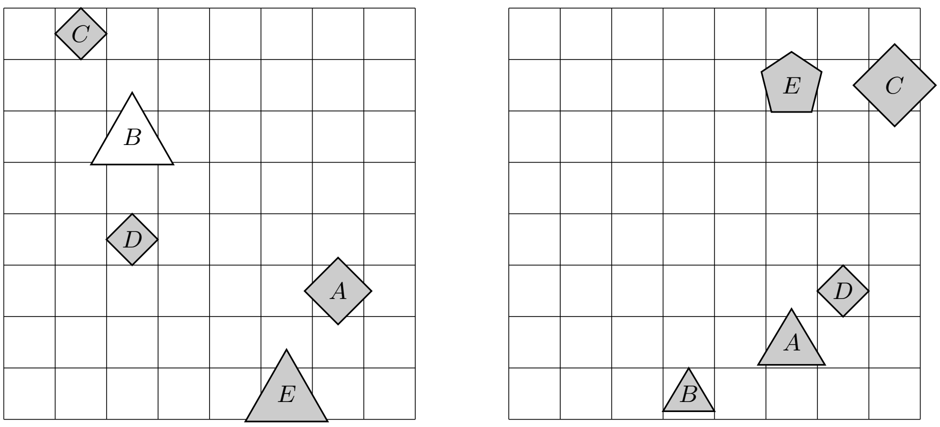
kjer različne črke predstavljajo različne števke (in vsaka črka pomeni le eno števko). Poišči, katere števke predstavljajo posamezne črke, če veš, da je dvomestno število AS kub in da sta števili JA in JAP kvadrata.

7. Svetova (razlaga postopka reševanja ni potrebna)

Ugotovi resničnostno vrednost danih stavkov, podanih v dveh svetovih. V ustrezno polje preglednice vpiši R, če je stavek za posamezen svet resničen, oziroma N, če stavek ni resničen. Za vsak pravilen odgovor dobiš 1 točko, za vsak nepravilen pa se 1 točka odšteje (prazno polje prinese 0 točk).

1. Ali lik E ni bel ali je lik C srednje velikosti.
2. Če je lik A srednje velikosti, potem lik B ni majhen.
3. Lik A ni velik, če in samo če lik D ni majhen.
4. Lik B ni srednje velikosti, če in samo če lik A ni siv.
5. Lik D je majhen in lik D je kvadrat.
6. Ali je lik A kvadrat ali lik B ni petkotnik.
7. Lik A ni srednje velikosti, če in samo če je lik A siv.
8. Ali lik A ni trikotnik ali je lik B kvadrat.
9. Ni res, da: lik C je siv, če in samo če je lik B majhen.
10. Ni res, da: lik D je siv, če in samo če lik C ni majhen.
11. Ni res, da: ali je lik C trikotnik ali je lik E majhen.
12. Ni res, da: ali je lik B bel ali lik A ni srednje velikosti.
13. Ni res, da: lik B je trikotnik in lik A ni bel.
14. Ni res, da: lik C je kvadrat, če in samo če je lik A velik.
15. Ni res, da: lik E ni trikotnik, če in samo če je lik A majhen.
16. Ni res, da: ali je lik C kvadrat ali je lik E majhen.
17. Vsak lik je majhen.
18. Noben lik ni kvadrat.
19. Ni res, da: vsak lik je bel.
20. Ni res, da: noben lik ni majhen.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1.																				
2.																				



1. svet **2. svet**

1	2	3	4	5	6	7	∑

Ime, priimek ____________________

Letnik __________

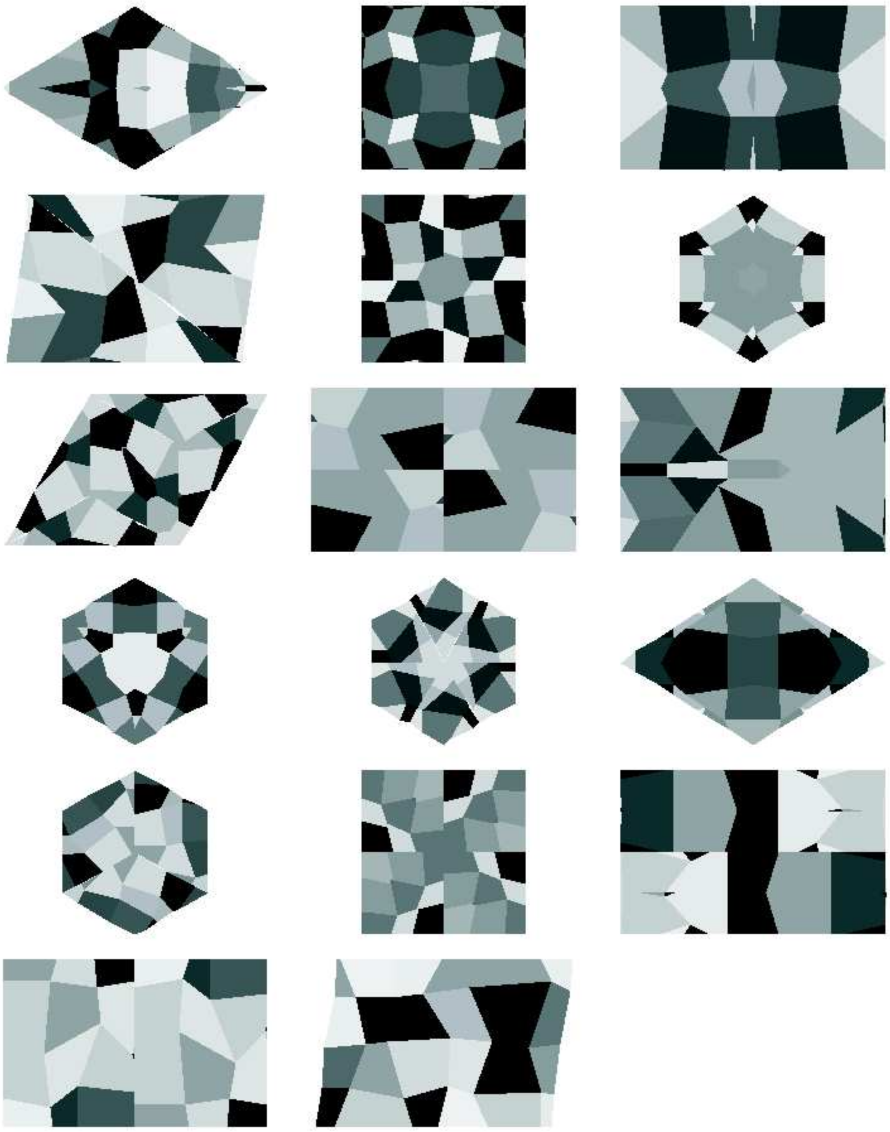
14. DRŽAVNO TEKMOVANJE V RAZVEDRILNI MATEMATIKI

NALOGE ZA PRVI IN DRUGI LETNIK SREDNJE ŠOLE

Čas reševanja nalog: 90 minut
Točkovanje 1., 2., in 7. naloge je opisano v besedilu naloge, 3., 4., in 5. naloga so vredne po 20 točk, 6. naloga pa 40 točk. Naloge z labirinti ne smemo reševati z izrezovanjem mreže. Pri nalogah, kjer ni potrebna razlaga, mora biti iz vmesnih rezultatov razvidna samostojnost reševanja.

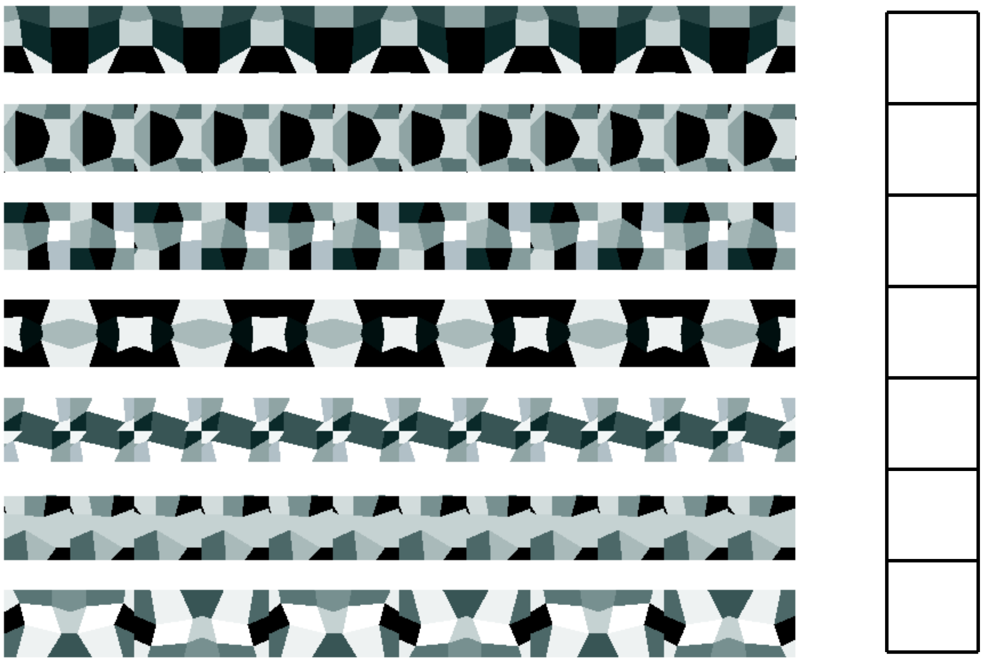
1. Ravninske grupe (razlaga postopka reševanja ni potrebna)

Slike prikazujejo vseh 17 ravninskih kristalografskih grup, ki jih najdeš tudi na priloženem listu. Na priloženem listu so oštevilčene od 1 do 17, v tej nalogi pa so v slučajnem vrstnem redu. Poleg slik je narisana preglednica, katere vsako polje ustreza eni izmed slik. Številko, ki pripada posamezni sliki, vpiši v ustrezno polje. Za vsak pravilen odgovor dobiš 2 točki, za vsak nepravilen pa se 2 točki odštejeta (prazno polje prinese 0 točk).



2. Linearne grupe (razlaga postopka reševanja ni potrebna)

V nalogi nastopa vseh 7 linearnih grup, ki jih najdeš tudi na priloženem listu. Na priloženem listu so oštevilčene od 1 do 7, v tej nalogi pa so v slučajnem vrstnem redu. Poleg slik je narisana preglednica, katere vsako polje ustreza eni izmed slik. Številko, ki pripada posamezni sliki, vpiši v ustrezno polje. Za vsak pravilen odgovor dobiš 3 točke, za vsak nepravilen pa se 3 točke odštejejo (prazno polje prinese 0 točk).

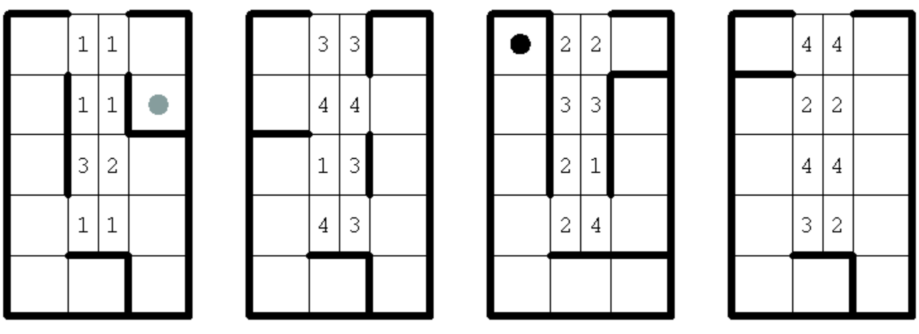


3. Labirint na Riemannovi ploskvi (razlaga postopka reševanja ni potrebna)

Imamo več listov, ki jih razlikujemo po zaporedni številki od leve proti desni. Vsak list ima obliko podkve, sredina pa je razrez. Vsi kvadratki enega lista so povezani, prehod med njimi pa nam prepreči odebeljena črta.

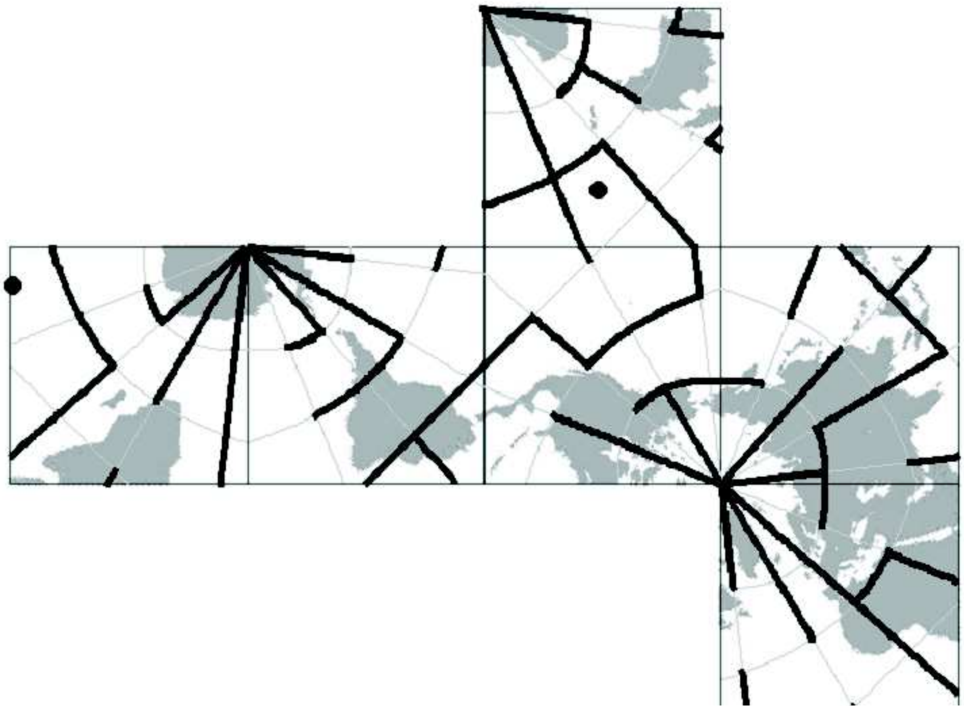
Kako pa je s prehajanjem z enega lista na drugega? To so prehodi po horizontali. Recimo, da smo se znašli na levem zgornjem kvadratku drugega lista. V sosednjem pravokotniku je oznaka 3 – to pomeni, da lahko nadaljujemo na desnem zgornjem kvadratku tretjega lista. Oznaka 2 sosednjega pravokotnika nam pove, da smo prišli z drugega lista. Seveda pa tak prehod ne bi bil možen, če bi bila ob prvotnem kvadratku ovira v obliki odebeljene črte, kot je npr. pri desnem zgornjem kvadratku na drugem listu.

Naloga je, da najdemo pot od temnejše do svetlejše točke. Kvadratek, na katerem je črna točka, označi z 1, nato pa označuj z zaporednimi števili vse kvadratke, preko katerih se po vrsti pomikaš do sive točke.



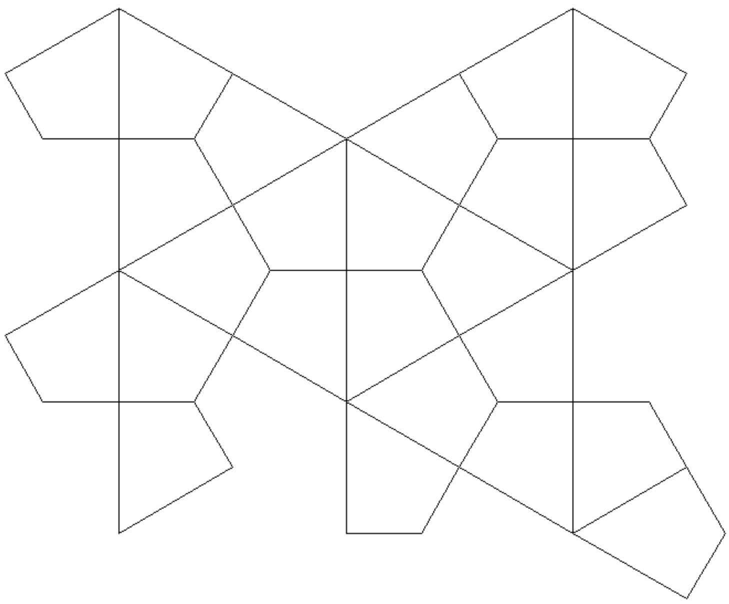
4. Labirint na zemljevidu (razlaga postopka reševanja ni potrebna)

Na mreži je narisan zemljevid Zemlje. Narisani so nekateri vzporedniki in poldnevniki, ki razdelijo mrežo na polja. V dveh poljih je po ena temna pika. Poišči najkrajšo pot od desne pike do leve. Polje, v katerem je desna pika, označi z 1, nato pa označuj z zaporednimi števili vsa polja, preko katerih se po vrsti pomikaš do leve pike. Z enega polja lahko greš neposredno na sosednje polje le, če meja med njima ni označena z odebeljeno črto. (Namesto številčenja lahko narišeš pot.)



5. Barvanje mrež poliedrov (razlaga postopka reševanja ni potrebna)

Vse štirikotnike, ki pripadajo isti mejni ploskvi poliedra, pobarvaj z enako barvo. Štirikotnika, ki ne pripadata isti mejni ploskvi, morata biti pobarvana z različnima barvama. (Namesto barvanja lahko štirikotnike označuješ s števili: vsaki mejni ploskvi poliedra prirediš število tako, da različnima mejnima ploskvama dodeliš različni števili. V štirikotnike, ki pripadajo isti mejni ploskvi vpišeš število, ki ga ima ta mejna ploskev.)



6. Kriptaritem (na priloženem listu podrobno opiši postopek reševanja)

Velja enakost

$$ODER = 18 \cdot (DO + OR)\,,$$

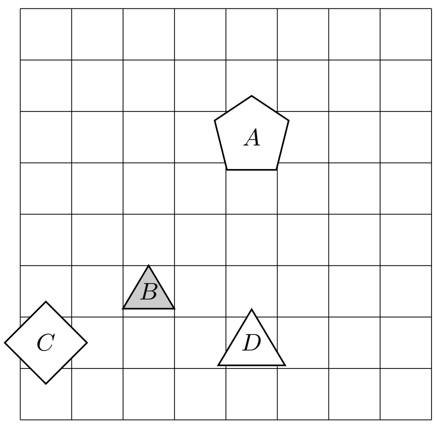
kjer različne črke predstavljajo različne števke (in vsaka črka pomeni le eno števko). Ugotovi, katere števke predstavljajo posamezne črke, in enakost zapiši s števkami.

7. Svetova (razlaga postopka reševanja ni potrebna)

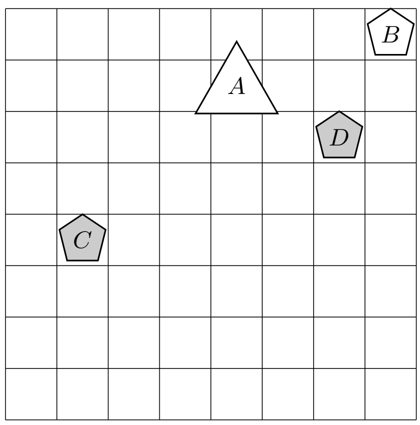
Ugotovi resničnostno vrednost danih stavkov, podanih v dveh svetovih. V ustrezno polje preglednice vpiši R, če je stavek za posamezen svet resničen, oziroma N, če stavek ni resničen. Za vsak pravilen odgovor dobiš 1 točko, za vsak nepravilen pa se 1 točka odšteje (prazno polje prinese 0 točk).

1. Če je lik B velik, potem lik D ni siv.
2. Lik A ni kvadrat in lik A je siv.
3. Ali lik A ni petkotnik ali lik A ni bel.
4. Če je lik B majhen, potem je lik D bel.
5. Lik C ni srednje velikosti, če in samo če lik B ni bel.
6. Ali je lik B velik ali je lik D trikotnik.
7. Ni res, da: če lik D ni petkotnik, potem lik C ni kvadrat.
8. Ni res, da: če je lik D petkotnik, potem je lik C trikotnik.
9. Ni res, da: lik A ni velik, če in samo če je lik C petkotnik.
10. Ni res, da: ali je lik B srednje velikosti ali lik A ni kvadrat.
11. Ni res, da: ali lik B ni petkotnik ali lik A ni bel.
12. Ni res, da: lik B ni trikotnik, če in samo če lik A ni siv.
13. Vsaj en lik je majhen.
14. Noben lik ni kvadrat.
15. Ni res, da: vsaj en lik je majhen.
16. Ni res, da: vsaj en lik ni srednje velikosti.
17. Obstaja tak x, da za vsak y, različen od x, velja: lik x je manjši kot y.
18. Obstaja tak x, da za vsak y, različen od x, velja: lik x je pod y.
19. Za vsak x obstaja tak y, različen od x, da velja: lik x ni petkotnik in lik y je majhen.
20. Obstaja tak x, da za vsak y, različen od x, velja: če je lik x srednje velikosti, potem lik y ni kvadrat.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1.																				
2.																				



1. svet



2. svet

1	2	3	4	5	6	7	$\sum$

Ime, priimek ____________________

Letnik __________

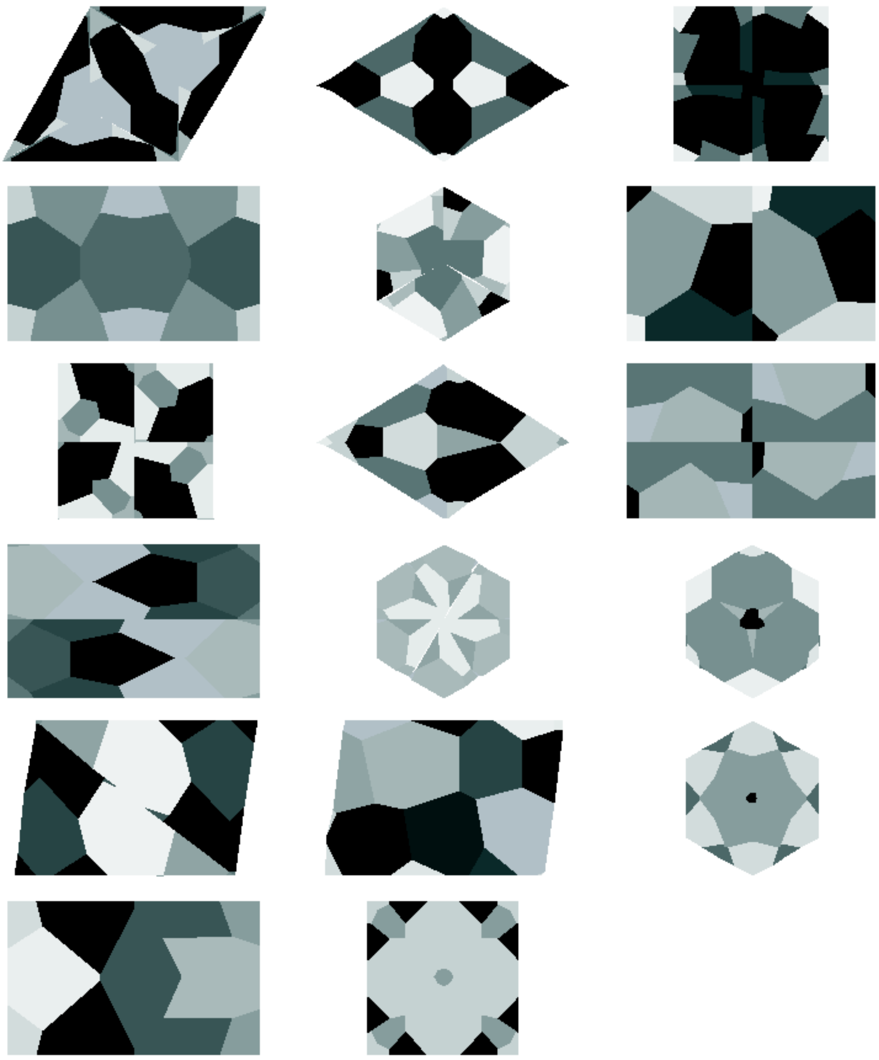
14. DRŽAVNO TEKMOVANJE V RAZVEDRILNI MATEMATIKI

NALOGE ZA TRETJI IN ČETRTI LETNIK SREDNJE ŠOLE TER ŠTUDENTE

Čas reševanja nalog: 90 minut
Točkovanje 1., 2., in 7. naloge je opisano v besedilu naloge, 3., 4., in 5. naloga so vredne po 20 točk, 6. naloga pa 40 točk. Naloge z labirinti ne smemo reševati z izrezovanjem mreže. Pri nalogah, kjer ni potrebna razlaga, mora biti iz vmesnih rezultatov razvidna samostojnost reševanja.

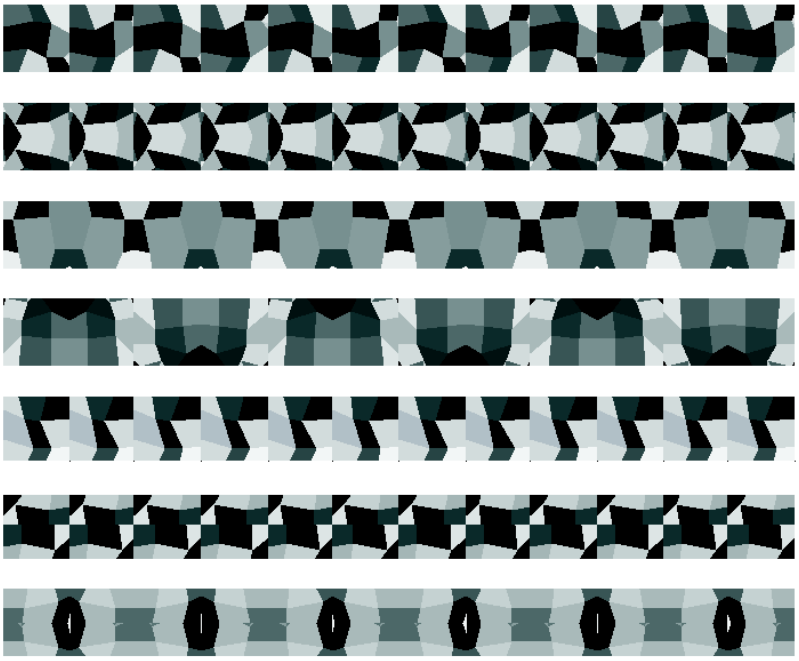
1. Ravninske grupe (razlaga postopka reševanja ni potrebna)

Slike prikazujejo vseh 17 ravninskih kristalografskih grup, ki jih najdeš tudi na priloženem listu. Na priloženem listu so oštevilčene od 1 do 17, v tej nalogi pa so v slučajnem vrstnem redu. Poleg slik je narisana preglednica, katere vsako polje ustreza eni izmed slik. Številko, ki pripada posamezni sliki, vpiši v ustrezno polje. Za vsak pravilen odgovor dobiš 2 točki, za vsak nepravilen pa se 2 točki odštejeta (prazno polje prinese 0 točk).



2. Linearne grupe (razlaga postopka reševanja ni potrebna)

V nalogi nastopa vseh 7 linearnih grup, ki jih najdeš tudi na priloženem listu. Na priloženem listu so oštevilčene od 1 do 7, v tej nalogi pa so v slučajnem vrstnem redu. Poleg slik je narisana preglednica, katere vsako polje ustreza eni izmed slik. Številko, ki pripada posamezni sliki, vpiši v ustrezno polje. Za vsak pravilen odgovor dobiš 3 točke, za vsak nepravilen pa se 3 točke odštejejo (prazno polje prinese 0 točk).

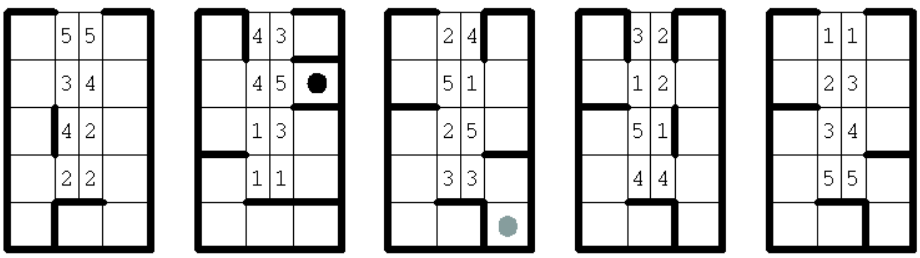


3. Labirint na Riemannovi ploskvi (razlaga postopka reševanja ni potrebna)

Imamo več listov, ki jih razlikujemo po zaporedni številki od leve proti desni. Vsak list ima obliko podkve, sredina pa je razrez. Vsi kvadratki enega lista so povezani, prehod med njimi pa nam prepreči odebeljena črta.

Kako pa je s prehajanjem z enega lista na drugega? To so prehodi po horizontali. Recimo, da smo se znašli na desnem zgornjem kvadratku drugega lista. V sosednjem pravokotniku je oznaka 3 – to pomeni, da lahko nadaljujemo na levem zgornjem kvadratku tretjega lista. Oznaka 2 sosednjega pravokotnika nam pove, da smo prišli z drugega lista. Seveda pa tak prehod ne bi bil možen, če bi bila ob prvotnem kvadratku ovira v obliki odebeljene črte, kot je npr. pri levem zgornjem kvadratku na drugem listu.

Naloga je, da najdemo pot od temnejše do svetlejše točke. Kvadratek, na katerem je črna točka, označi z 1, nato pa označuj z zaporednimi števili vse kvadratke, preko katerih se po vrsti pomikaš do sive točke.

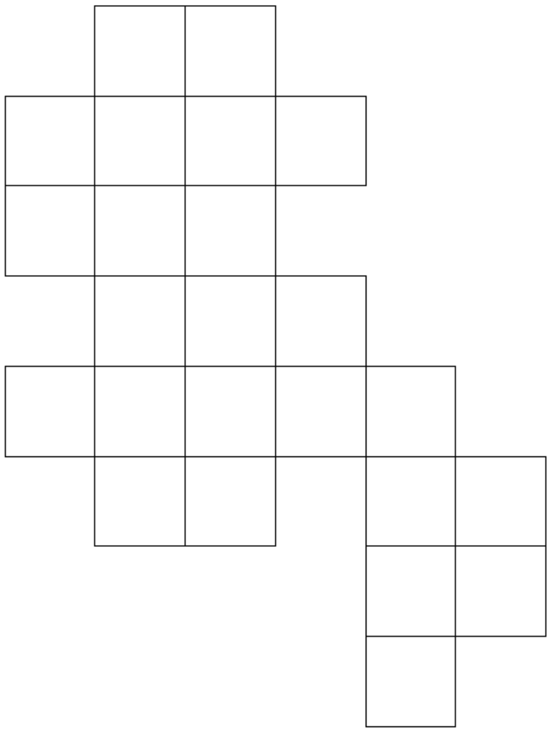


4. Labirint na zemljevidu (razlaga postopka reševanja ni potrebna)

Na mreži je narisan zemljevid Zemlje. Narisani so nekateri vzporedniki in poldnevniki, ki razdelijo mrežo na polja. V dveh poljih je po ena temna pika. Poišči najkrajšo pot od desne pike do leve. Polje, v katerem je desna pika, označi z 1, nato pa označuj z zaporednimi števili vsa polja, preko katerih se po vrsti pomikaš do leve pike. Z enega polja lahko greš neposredno na sosednje polje le, če meja med njima ni označena z odebeljeno črto. (Namesto številčenja lahko narišeš pot.)

5. Barvanje mrež poliedrov (razlaga postopka reševanja ni potrebna)

Vse štirikotnike, ki pripadajo isti mejni ploskvi poliedra, pobarvaj z enako barvo. Štirikotnika, ki ne pripadata isti mejni ploskvi, morata biti pobarvana z različnima barvama. (Namesto barvanja lahko štirikotnike označuješ s števili: vsaki mejni ploskvi poliedra prirediš število tako, da različnima mejnima ploskvama dodeliš različni števili. V štirikotnike, ki pripadajo isti mejni ploskvi vpišeš število, ki ga ima ta mejna ploskev.)



6. Kriptaritem (na priloženem listu podrobno opiši postopek reševanja)

Velja enakost

$$AB \cdot (A + B) = A^3 + B^3\,,$$

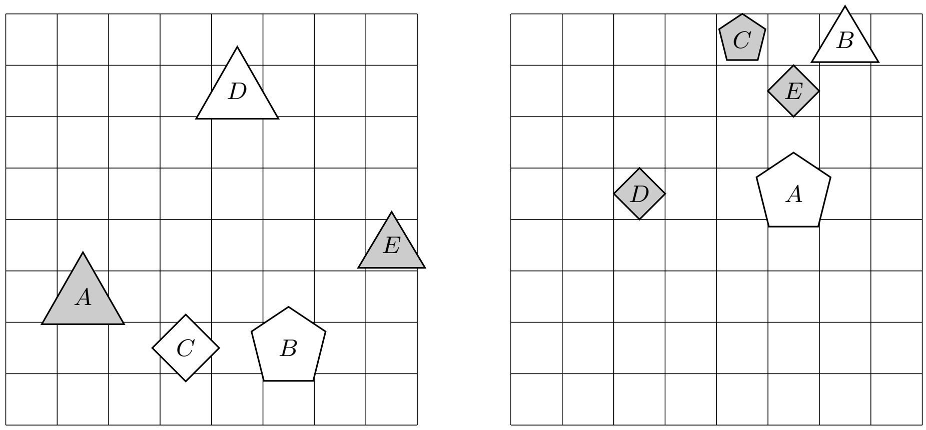
kjer A in B predstavljata različni števki (AB pomeni dvomestno število in ne zmnožek števk A in B). Ugotovi, kateri števki predstavljata, in enakost zapiši s števkami.

7. Svetova (razlaga postopka reševanja ni potrebna)

Ugotovi resničnostno vrednost danih stavkov, podanih v dveh svetovih. V ustrezno polje preglednice vpiši R, če je stavek za posamezen svet resničen, oziroma N, če stavek ni resničen. Za vsak pravilen odgovor dobiš 1 točko, za vsak nepravilen pa se 1 točka odšteje (prazno polje prinese 0 točk).

1. Lik D je trikotnik in lik A je bel.
2. Lik A ni majhen in lik C je siv.
3. Lik D ni trikotnik ali je lik A trikotnik.
4. Lik D ni kvadrat in lik D ni velik.
5. Če je lik C majhen, potem je lik A velik.
6. Lik C ni srednje velikosti ali je lik B velik.
7. Lik C ni siv ali je lik A bel.
8. Ali lik B ni velik ali je lik D velik.
9. Lik A je majhen, če in samo če lik B ni majhen.
10. Lik C ni bel ali je lik A bel.
11. Ni res, da: lik D je bel, če in samo če je lik A trikotnik.
12. Ni res, da: lik B je majhen, če in samo če lik A ni petkotnik.
13. Ni res, da: če lik B ni majhen, potem lik D ni siv.
14. Obstaja tak x, da za vsak y, različen od x, velja: lik x je pod y.
15. Obstaja tak x, da za vsak y, različen od x, velja: lik x je nad y.
16. Za vsak x obstaja tak y, različen od x, da velja: lik x ni bel, če in samo če lik y ni velik.
17. Obstaja tak x, da za vsak y, različen od x, velja: lik x ni siv ali lik y ni kvadrat.
18. Obstaja tak siv lik x, da za vsak kvadrat y velja: lik x je nad y.
19. Za vsak lik srednje velikosti x obstaja tak petkotnik y, da za vsak bel lik z velja: lik x je levo od y in lik y je manjši kot z.
20. Obstaja tak siv lik x, da za vsak velik lik y obstaja tak bel lik z, da velja: lik x je manjši kot y in lik y je manjši kot z.

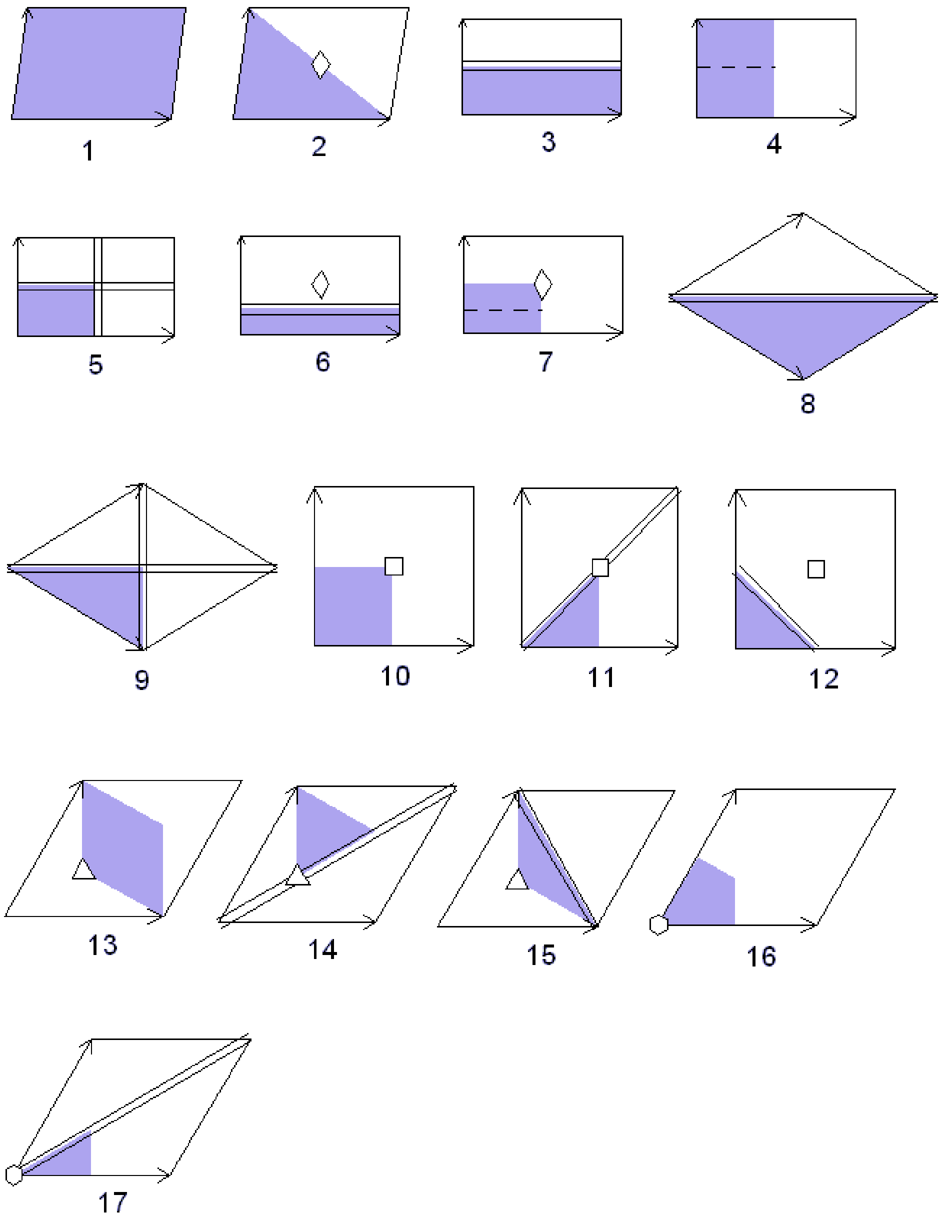
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1.																				
2.																				



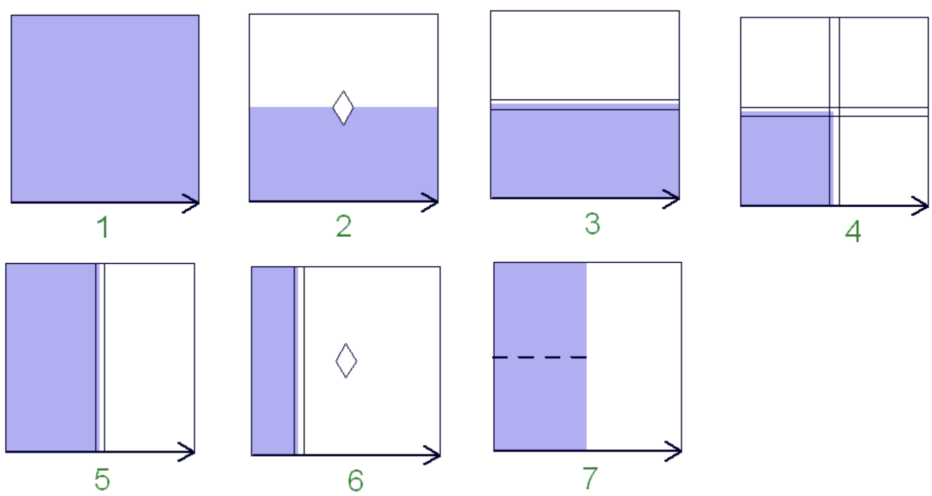
1. svet **2. svet**

Priloga (za vse tekmovalne skupine)

Ravninske grupe (k nalogi 1):



Linearne grupe (k nalogi 2):



14. DRŽAVNO TEKMOVANJE V RAZVEDRILNI MATEMATIKI

Rešitve nalog za peti in šesti razred osnovne šole

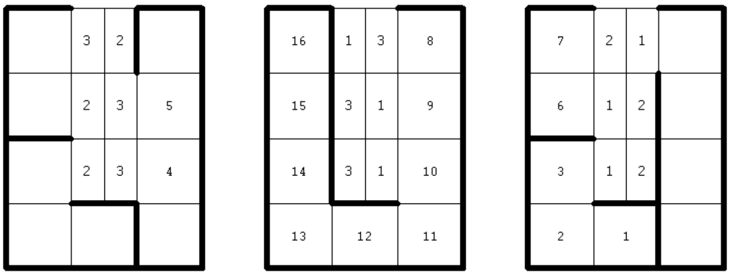
1. Ravninske grupe

Pravilno zaporedje številčenja slik je: 6, 16, 15, 10, 7, 5, 17, 13, 12, 3, 1, 4, 11, 8, 9, 14, 2.

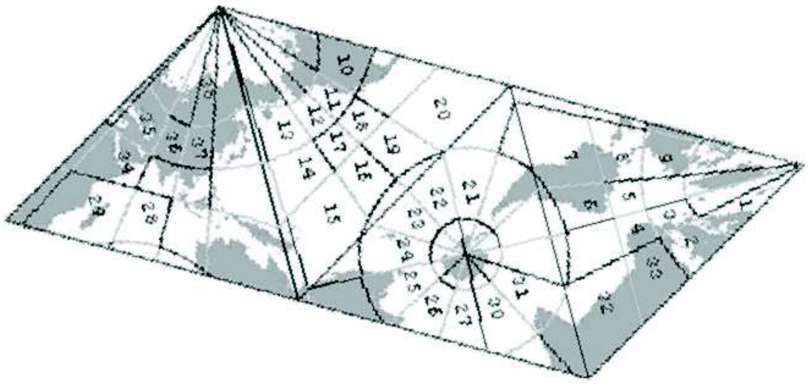
2. Linearne grupe

Pravilno zaporedje številčenja slik je: 1, 3, 5, 4, 6, 7, 2.

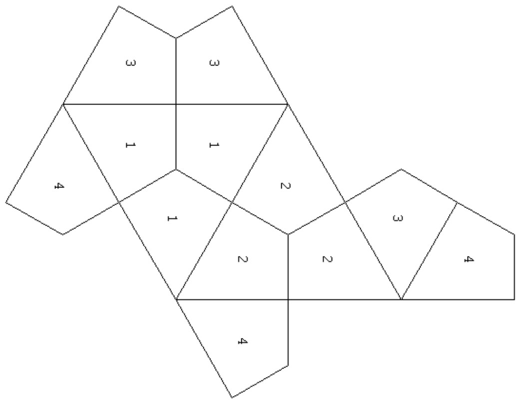
3. Labirint na Riemannovi ploskvi



4. Labirint na zemljevidu



5. Barvanje mrež poliedrov



6. Kriptaritem

Gotovo je A soda števka. Ker zmnožek $4 \cdot A$ nima prenosa, je $A = 2$. Potem je $E = 8$. Tudi zmnožek $4 \cdot B$ je manjši od 10, zato je $B = 1$. Ker ima $4 \cdot E$ prenos 3, velja $4 \cdot D + 3 = \_\_B = \_\_1$, od tod pa sklepamo, da je $4 \cdot D = \_\_8$ in je $D = 7$. Za števko C ostanejo možnosti 3, 4, 5, 6 in 9. Vemo, da je $4 \cdot D + 3 = 31$, zato je prenos 3 in se mora zmnožek $4 \cdot C + 3$ končati na C. Edino $C = 9$ zadošča temu pogoju, zato je račun množenja enak $21978 \cdot 4 = 87912$.

7. Svetova

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1.	R	N	N	R	R	N	R	R	R	R	N	N	R	N	R	R	N	N	R	R
2.	N	N	N	R	R	N	N	N	R	N	R	N	N	N	N	N	N	N	R	R

Rešitve nalog za sedmi in osmi razred osnovne šole

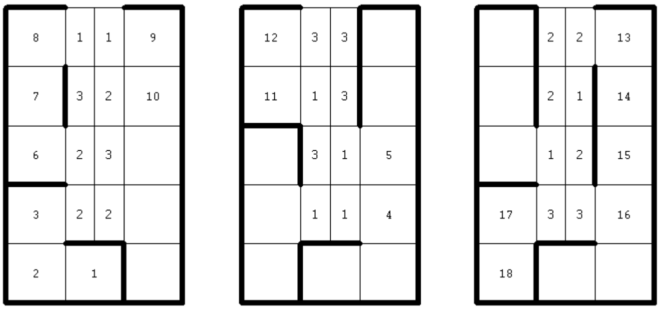
1. Ravninske grupe

Pravilno zaporedje številčenja slik je:
15, 1, 11, 3, 4, 5, 6, 12, 7, 10, 17, 8, 14, 13, 16, 2, 9.

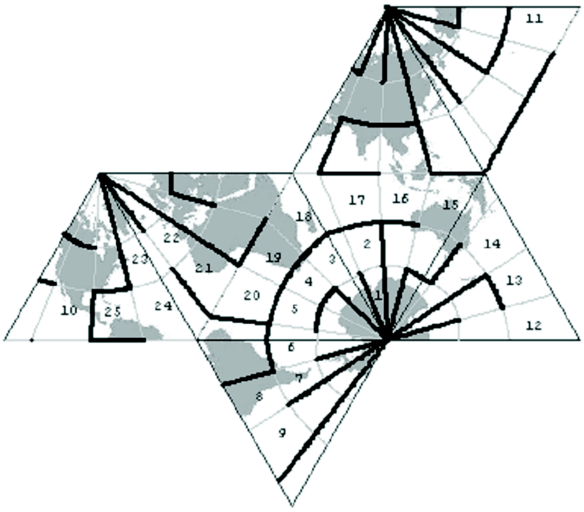
2. Linearne grupe

Pravilno zaporedje številčenja slik je:
4, 7, 2, 1, 6, 3, 5.

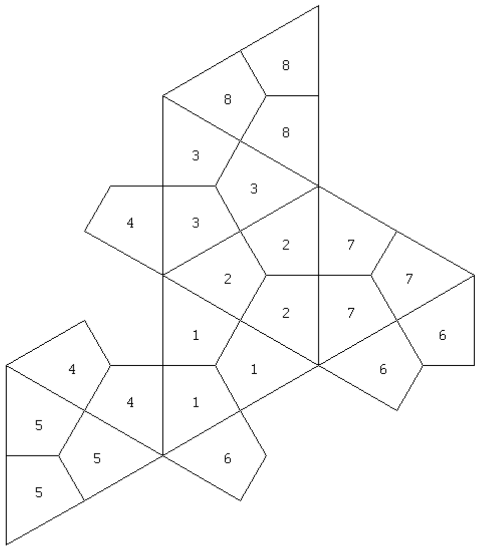
3. Labirint na Riemannovi ploskvi



4. Labirint na zemljevidu



5. Barvanje mrež poliedrov



6. Kriptaritem

Imamo le dva dvomestna kuba, zato je AS enako 27 ali 64. Toda 27 odpade, saj bi bil v tem primeru A enak 2 in JA ne bi mogel biti kvadrat, saj se noben kvadrat ne konča na 2. Tako je AS enako 64 in je A enak 6, S pa 4. Ker je JA kvadrat, je JA lahko enak 16 ali 36.
Vemo, da je JAP kvadrat. Če je $JA = 16$, mora biti $P = 9$ in enakost iz naloge zapišemo $CHINE + 64IE = 169ON$. Odtod vidimo, da je $C = 1$, kar ni mogoče, saj je že $J = 1$.
Če je $JA = 36$, mora biti $P = 1$ ($361 = 19^2$). Ker sta $CHINE$ in $JAPON$ enakomestni števili in je $J = 3$, je $C = 2$. Iz $2HINE + 64IE = 361ON$ sklepamo, da je $H = 9$ in da moramo imeti pri delni vsoti $I + 4$ prenos. Števki 6 in 9 sta že uporabljeni, zato je I lahko 7 ali 8.
Iz $CHINE + ASIE = JAPON$ sklepamo, da je N soda števka, možnosti pa sta le še dve: 0 ali 8. Vsota $E + E$ se torej konča na 0 ali 8. Če je $N = 8$, je E enako 4 ali 9, toda ne eno ne drugo ni mogoče, števki 4 in 9 sta že uporabljeni. Torej je $N = 0$ in zato $E = 5$. Iz $29I05 + 64I5 = 361O0$ končno sklepamo, da je $I = 7$ in $O = 8$. Enakost v nalogi je $29705 + 6475 = 36180$.

7. Svetova

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1.	R	R	N	N	R	N	N	R	R	R	R	N	N	R	N	N	N	N	R	R
2.	R	N	N	N	R	R	N	N	N	N	R	R	N	R	R	N	N	N	R	R

Rešitve nalog za prvi in drugi letnik srednje šole

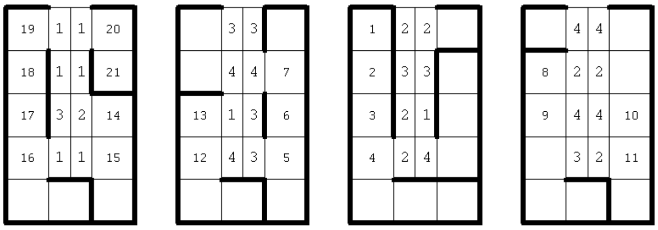
1. Ravninske grupe

Pravilno zaporedje številčenja slik je:
8, 11, 5, 2, 10, 17, 15, 7, 3, 14, 16, 9, 13, 12, 6, 4, 1.

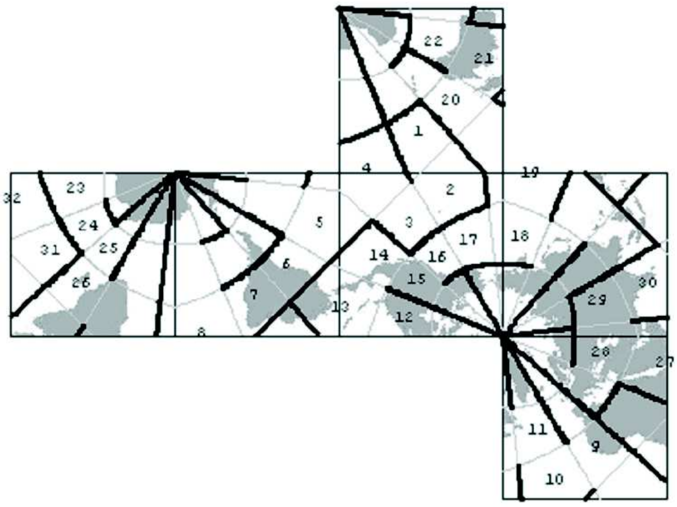
2. Linearne grupe

Pravilno zaporedje številčenja slik je:
5, 3, 7, 4, 2, 1, 6.

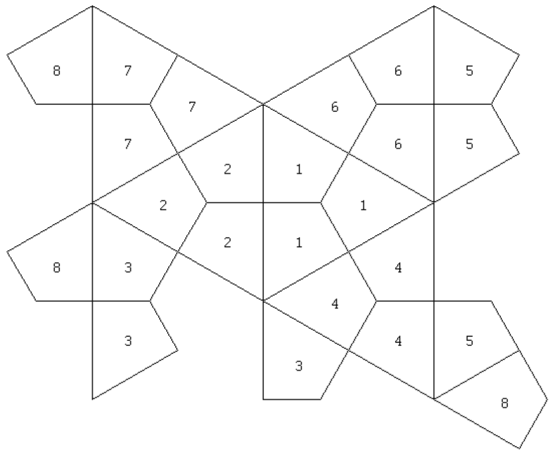
3. Labirint na Riemannovi ploskvi



4. Labirint na zemljevidu



5. Barvanje mrež poliedrov



6. Kriptaritem

Iz $1000 \cdot O + 100 \cdot D + 10 \cdot E + R = 18 \cdot (10 \cdot D + O + 10 \cdot O + R)$ dobimo $802 \cdot O + 10 \cdot E = 80 \cdot D + 17 \cdot R$, od koder sklepamo, da se $2 \cdot O$ konča na isto števko kot $7 \cdot R$ in da je R soda števka, ki je lahko enaka 2, 4, 6 ali 8. Tedaj je O po vrsti 7, 9, 1 ali 3.

Recimo, da je $R = 2$ in $O = 7$. Tedaj velja $7DE2 = 18 \cdot (D7 + 72)$. Toda že $7000 : 18$ je več kot 300, vsota $D7 + 72$ pa ne more doseči vrednosti 300, zato ta možnost odpade. Če je $R = 4$ in $O = 9$, imamo $9DE4 = 18 \cdot (D9 + 94)$, a že $9000 : 18$ je 500, $D9 + 94$ pa ne more doseči tako visoke vrednosti. Enak sklep napravimo v primeru $R = 8$ in $O = 3$, ko pridemo do $3DE8 = 18 \cdot (D3 + 38)$, saj je že $3000 : 18 > 150$, vsota $D3 + 38$ pa je pri vsaki vrednosti števke D manjša od 150.

Preostane nam torej le primer $R = 6$ in $O = 1$, ko imamo $1DE6 = 18 \cdot (D1 + 16)$. Ker je $1000 : 18 > 50$, mora biti $D1 + 16 > 50$ in je števka D enaka 4 ali več. Število $1DE6$ je deljivo z 18 in torej tudi z 9, zato je vsota $7 + D + E$ deljiva z 9. Možnost $D + E = 2$ odpade, saj je D vsaj 4, ostane le možnost $D + E = 11$. Pari (D, E), ki pridejo v upoštev, so $(9, 2)$, $(8, 3)$, $(7, 4)$ in $(4, 7)$ (para $(6, 5)$ in $(5, 6)$ odpadeta, ker je že $R = 6$). Preverimo: $1926 = 18 \cdot (91 + 16)$, $1836 \neq 18 \cdot (81 + 16)$, $1746 \neq 18 \cdot (71 + 16)$ in $1476 \neq 18 \cdot (41 + 16)$. Edina rešitev je $1926 = 18 \cdot (91 + 16)$.

7. Svetova

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1.	R	N	N	R	R	R	R	N	N	N	N	R	R	N	N	N	R	N	N	R
2.	R	N	R	N	N	N	N	R	R	N	R	N	R	R	N	N	N	R	N	R

Rešitve nalog za tretji in četrt letnik srednje šole ter študente

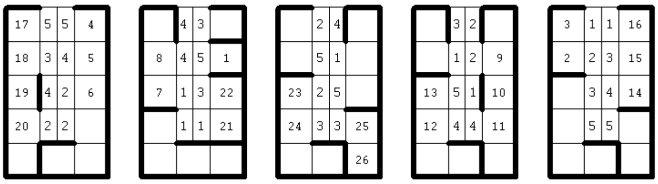
1. Ravninske grupe

Pravilno zaporedje številčenja slik je:
15, 9, 10, 5, 13, 4, 12, 8, 7, 6, 16, 14, 2, 1, 17, 3, 11.

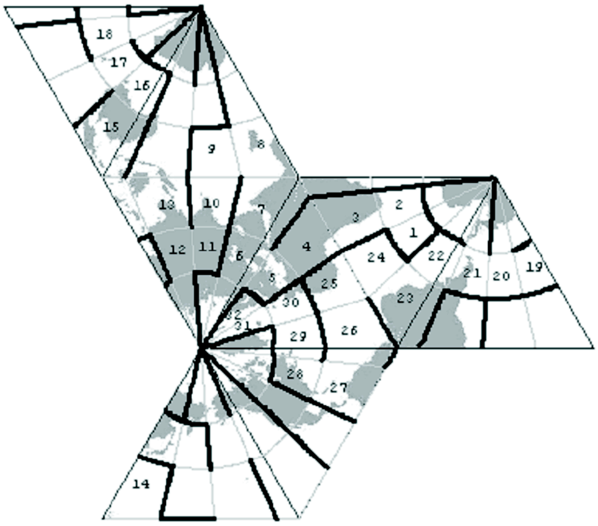
2. Linearne grupe

Pravilno zaporedje številčenja slik je:
7, 3, 5, 6, 1, 2, 4.

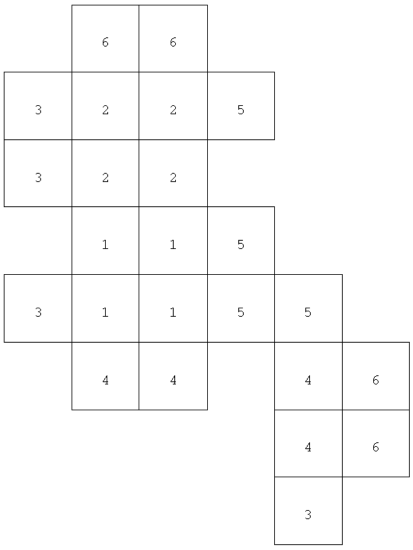
3. Labirint na Riemannovi ploskvi



4. Labirint na zemljevidu



5. Barvanje mrež poliedrov



6. Kriptaritem

Ker je AB dvomestno število, velja $A \neq 0$. Enačbo prepišemo v obliko $(10 \cdot A + B) \cdot (A + B) = (A + B) \cdot (A^2 - A \cdot B + B^2)$, od koder po krajšanju z $A + B$ in ureditvi dobimo $A^2 - (B + 10) \cdot A + B^2 - B = 0$. Ta kvadratna enačba ima rešitvi $A_{1,2} = \frac{B+10 \pm \sqrt{100+24 \cdot B - 3 \cdot b^2}}{2}$. Pod kvadratnim korenom v števcu mora biti popoln kvadrat, to pa je le, če je B enako 0 (ko je vrednost pod korenom 100), 1 (121), 7 (121) ali 8 (100). Če izberemo $B = 0$, dobimo $A = 0$ ali $A = 10$, kar ni v redu. Nobena rešitev ni v redu niti pri $B = 1$. Pri $B = 7$ je rešitev $A = 3$ dobra, pri $B = 8$ pa je dobra rešitev $A = 4$. Imamo torej dve možnosti: $37 \cdot (3+7) = 3^3 + 7^3$ in $48 \cdot (4+8) = 4^3 + 8^3$.

7. Svetova

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1.	N	N	R	N	R	R	R	R	N	N	N	R	N	N	R	R	R	R	N	N
2.	N	R	R	N	R	R	R	R	N	R	N	N	R	N	N	N	R	R	N	N