Rešitve za 9.razred
--
V sklopu A je pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama,
medtem ko za obkroženi nepravilni odgovor pol točke odštejemo.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
B	D	A	E	A	B	A	C

Utemeljitve:

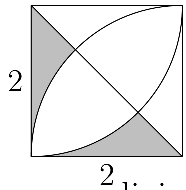
A1. Označimo število konj z n. Torej n konj porabi zalogo ovsa v 30 dneh, $n+10$ konj pa v 20 dneh. Sledi: $30n = 20(n+10)$ in $n = 20$.

A2. Ker je $|x-2| \leq 3$, sledi $-3 \leq x-2 \leq 3$ in $2-3 \leq x \leq 2+3$. Cele rešitve neenačbe so: -1, 0, 1, 2, 3, 4 in 5.

A3. Dedek ima hitrost $\frac{6\frac{3}{8}}{17} = \frac{\frac{51}{8}}{17} = \frac{3}{8}$ m/s, vnuk pa $\frac{7.5}{4} = \frac{15}{8}$ m/s. Razmerje hitrosti je enako $\frac{\frac{3}{8}}{\frac{15}{8}} = \frac{1}{5}$.

A4. Označimo z x dosežek na osem preizkusu. Tedaj je $7 \cdot 58\ \% + x = 8 \cdot 60\ \%$ in $x = 88\ \%$.

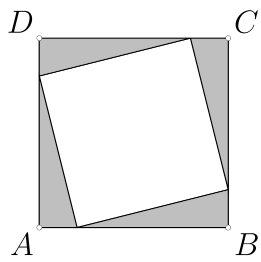
A5. Ploščino enega od obeh enakih osenčenih delov na sliki dobimo kot razliko med ploščino polovice kvadrata s stranico 2 in ploščino krožnega izseka s polmerom 2 in središčim kotom 45°. Izsek predstavlja osmino kroga. Torej ima polovica narisanega lika ploščino $2-\frac{\pi}{2}$, cel pa $4-\pi$.

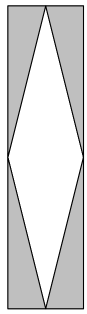


A6. Zadnje števke potenc števila 7 si sledijo v zaporedju 7, 9, 3, 1, 7, 9 ... Torej se ponavljajo s periodo 4. Ker je $35 = 8 \cdot 4 + 3$, je zadnja števka v številu 7^{35} enaka 3.

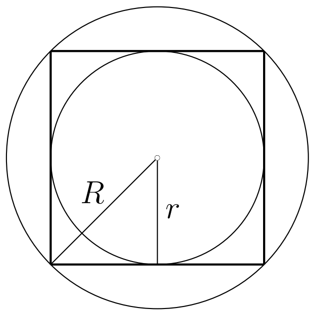
A7. Teža rdeče kocke naj bo x, zelene pa y. Potem je $3x + 2y = 32$, $4x + 3y = 44$ in $2x + y = 2 \cdot (3x + 2y) - (4x + 3y) = 2 \cdot 32 - 44 = 20$.

A8. Ploščina romba na desni sliki je enaka ploščini štirih sivih pravokotnih trikotnikov, to je 8 m^2. Kvadrat $ABCD$ ima torej ploščino $17 + 8 = 25$ m^2.





B1. Označimo z R polmer večje krožnice in z r polmer manjše krožnice. Potem je iskano razmerje obsegov enako $\frac{2\pi R}{2\pi r}$ in je enako razmerju $\frac{R}{r}$ polmerov teh dveh krožnic.



Manjši krog ima za polmer polovico stranice včrtanega kvadrata, torej $\frac{1}{2}\frac{2R}{\sqrt{2}}$, saj njegova diagonala meri $2R$. Sledi $r = \frac{R}{\sqrt{2}}$. Razmerje njunih obsegov je enako $\frac{R}{r} = \frac{R}{\frac{R}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}$.

Skica z narisanima krožnicama in kvadratom .... 1 točka
Ugotovitev, da je razmerje obsegov enako razmerju polmerov .... 2 točki
Izračunan manjši polmer $\frac{R\sqrt{2}}{2}$ .... 2 točki
Deljenje polmerov in rezultat $\sqrt{2}$ .... 1 točka

ali

Skica z narisanima krožnicama in kvadratom .... **1 točka**
Izračunan obseg večjega kroga $2\pi R$ .... **1 točka**
Izračunan manjši polmer $\frac{R\sqrt{2}}{2}$ .... **2 točki**
Obseg manjše krožnice $\pi R\sqrt{2}$ .... **1 točka**
Deljenje obsegov in rezultat $\sqrt{2}$ .... **1 točka**

B2. Označimo s s (v km) razdaljo med Amsterdamom in Benetkami. Čas (v h), ki ga porabimo za polovico poti, znaša $\frac{s}{2} \cdot \frac{1}{80}$, za tretjino $\frac{s}{3} \cdot \frac{1}{60}$, za preostanek ($1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ poti) pa $\frac{s}{6} \cdot \frac{1}{40}$. Skupni čas je $\frac{s}{2} \cdot \frac{1}{80} + \frac{s}{3} \cdot \frac{1}{60} + \frac{s}{6} \cdot \frac{1}{40}$. Ker je $2 \cdot 80 = 16 \cdot 10 = 2^4 \cdot 10$, $3 \cdot 60 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 10$ in $6 \cdot 40 = 3 \cdot 2^3 \cdot 10$, je skupni imenovalec enak $2^4 \cdot 3^2 \cdot 10 = 1440$. Sledi $\frac{s}{2} \cdot \frac{1}{80} + \frac{s}{3} \cdot \frac{1}{60} + \frac{s}{6} \cdot \frac{1}{40} = \frac{9s}{1440} + \frac{8s}{1440} + \frac{6s}{1440} = \frac{23s}{1440} = 23$, torej je $s = 1440$. Razdalja med Amsterdamom in Benetkami je 1440 km.

Čas za vsak del posebej, izražen s potjo .... **1 + 1 + 1 točka**
Zapis enačbe $\frac{s}{2} \cdot \frac{1}{80} + \frac{s}{3} \cdot \frac{1}{60} + \frac{s}{6} \cdot \frac{1}{40} = 23$. .... **1 točka**
Reševanje enačbe (odpravljeni ulomki) .... **1 točka**
Rešitev in odgovor $s = 1440$ **km** .... **1 točka**

B3. Označimo iskani števili z x in y. Tedaj je $x^2 - y^2 = 2008$. Praštevilski razcep števila 2008 je $2008 = 2^3 \cdot 251$. Ker je $(x-y)(x+y) = 2008 = 1 \cdot 2008 = 2 \cdot 1004 = 4 \cdot 502 = 8 \cdot 251$, obravnavamo več možnosti.

1. možnost: $x + y = 2008$, $x - y = 1$, od koder sledi $2x = 2009$, vendar tak x ni naravno število.

2. možnost: $x + y = 1004$, $x - y = 2$, od koder sledi $2x = 1006$ in $x = 503$, $y = 501$.

3. možnost: $x + y = 502$, $x - y = 4$, od koder sledi $2x = 506$ in $x = 253$, $y = 249$

4. možnost: $x + y = 251$, $x - y = 8$, od koder sledi $2x = 259$, vendar tak x ni naravno število.

Iskani dvojici sta $(503, 501)$ in $(253, 249)$.

Razcep enačbe $(x-y)(x+y) = 2008$ .... **1 točka**
Ustrezni razcepi števila 2008 **na produkt dveh števil**
($1 \cdot 2008$, $2 \cdot 1004$, $4 \cdot 502$, $8 \cdot 251$**)** .... **2 točki**
Ugotovitev, da dva od sistemov nimata rešitev v naravnih številih .... **1 točka**
Rešitvi $(503, 501)$ **in** $(253, 249)$ .... **1 + 1 točka**