

Rešitve nalog za 9. razred

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
D	C	D	A	C	B	E	A

A1. Obseg zidu je enak $2\pi r$, zato je obseg vojaškega obroča $2\pi(r+3)$. Izenačimo $2\pi(r+3) = 16\pi$ in dobimo $2\pi r = 10\pi$. Pravilen je odgovor (D).

A2. Daljši višini pravokotnega trikotnika sta njegovi kateti, zato je dolžina hipotenuze enaka $c = \sqrt{3^2 + \sqrt{3}^2} = \sqrt{9+3} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ cm. Izračunajmo ploščino trikotnika $S = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ oziroma $S = \frac{c \cdot v}{2} = \frac{2\sqrt{3} \cdot v}{2}$. Sledi $2v = 3$ in $v = \frac{3}{2}$ cm.

A3. Mediana ocen je vrednost na polovici urejenih podatkov, zato je enaka povprečju med 7 in 8, torej 7,5. Ker je oceno 10 doseglo 30 % študentov in je bila povprečna ocena enaka $0,2 \cdot 6 + 0,3 \cdot 7 + 0,15 \cdot 8 + 0,05 \cdot 9 + 0,3 \cdot 10 = 7,95$, je bila razlika med povprečno vrednostjo in mediano ocen enaka 0,45.

A4. Ulomek lahko zapišemo kot $\frac{8^x}{2^y} = \frac{2^{3x}}{2^y} = 2^{3x-y} = 2^{3(x-\frac{y}{3})} = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}$.

A5. Naj bo S_1 ploščina štirikotnika $QRSP$ in S_2 ploščina štirikotnika $XYZW$. Zapišemo enakost $\frac{1}{3}S_1 = \frac{1}{4}S_2$ oziroma $\frac{1}{3}|PS| \cdot |PQ| = \frac{1}{4}|WX| \cdot |WZ|$. Iz podanega razmerja izrazimo $|PS| = 3 \cdot |WX|$, vstavimo v zadnjo enakost in dobimo $\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot |WX| \cdot |PQ| = \frac{1}{4}|WX| \cdot |WZ|$. Od tod sledi $\frac{|PQ|}{|WZ|} = \frac{1}{4}$ in iskano razmerje je 1 : 4.

A6. V 6 sekundah mravlja pridobi 54 cm glede na hroščka, torej v 1 sekundi pridobi 9 cm in v 10 sekundah 90 cm. Hrošček ima do cilja še $90 - 30 = 60$ cm.

A7. Iz ocene $2 < \sqrt{7} < 3$ sledi $\sqrt{7} + 1 < 4$ in $-4 < \sqrt{7} - 6 < -3$. Neenačbo rešijo števila $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ in 6. Pravilen je odgovor (E).

A8. Praštevilski delitelji števila 30 so 2, 3 in 5. Verjetnost je enaka $\frac{3}{18} = \frac{1}{6}$.

B1. Preoblikujmo levo stran enačbe: $(2x + 3)^2 - (2x - a)(2x + a) = 4x^2 + 12x + 9 - (4x^2 - a^2) = 12x + a^2 + 9$ in še desno stran: $2a(2x + a) = 4ax + 2a^2$. Dobimo enačbo

$$12x + a^2 + 9 = 4ax + 2a^2$$

$$12x - 4ax = a^2 - 9$$

$$4x(3 - a) = (a - 3)(a + 3).$$

Rešitev enačbe je $x = \frac{-(a+3)}{4}$, če je $a \neq 3$.

Za $a = 3$ dobimo $4x \cdot 0 = 0 \cdot 6$ oziroma $0 = 0$, torej je v tem primeru rešitev poljubno realno število.

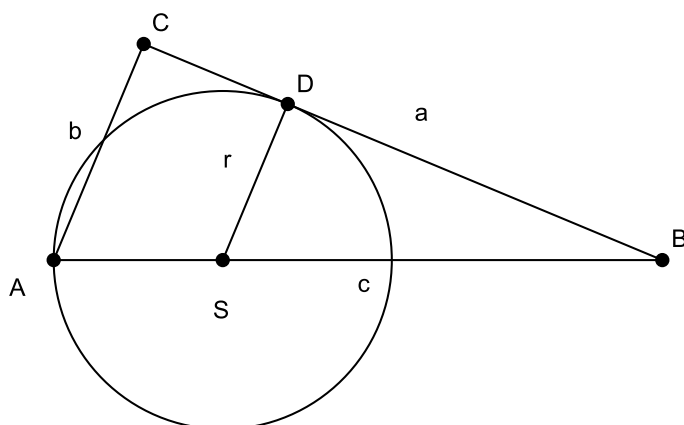
Izračunan kvadrat dvočlenika. 1 točka

Ureditev enačbe, vsi členi z neznanko so na isti strani. 1 točka

Razcep izraza $a^2 - 9$ 1 točka

Zapisana rešitev enačbe in pogoja $a \neq 3$ 2 točki

Obravnavanje enačbe za $a = 3$ 1 točka



B2.

Iz razmerja katet zapišemo $a = 12t$ in $b = 5t$. Zapišemo Pitagorov izrek $c^2 = a^2 + b^2 = (12t)^2 + (5t)^2 = 144t^2 + 25t^2 = 169t^2$ in dobimo, da je hipotenuza dolga $c = 13t$. Iz podobnosti trikotnikov sledi: $c : b = (13t - r) : r$ oziroma $13 : 5 = (13t - r) : r$. Enačbo preoblikujemo v $13r = 65t - 5r$, torej je $r = \frac{65t}{18}$ in zato $r : b = 13 : 18$.

Skica z narisano pravilno krožnico. 1 točka

Upoštevano razmerje za dolžini katet, na primer $12t, 5t$ in izračunana dolžina hipotenuze ($13t$). 1 točka

Ugotovitev, da sta trikotnika podobna. 1 točka

Zapisano razmerje v podobnih trikotnikih. 1 točka

Izračunan polmer krožnice, $\frac{65t}{18}$ 1 točka

Zapisano iskano razmerje. 1 točka

Opomba: Rešitev pridobljena z merjenjem se točkuje z 0 točkami.

B3. Označimo z e Evino starost pred štirimi leti in z b Blaževo takratno starost. Ker je bila Eva za 20 % mlajša od Blaža, je za njuni starosti veljala enakost: $e = b \cdot 0,8$. Čez štiri leta bosta stara $e + 8$ in $b + 8$ let. Ker bo Blaž za 15 % starejši od Eve, bo star $(e + 8) \cdot 1,15$ oziroma $(b \cdot 0,8 + 8) \cdot 1,15$. Dobimo enačbo $(b \cdot 0,8 + 8) \cdot 1,15 = b + 8$ z rešitvijo $b = 15$. Eva je letos stara 16 let in Blaž 19 let.

Zapisana enačba za zvezo med starostma pred štirimi leti. 1 točka

Zapisana enačba za zvezo med starostma čez štiri leta. 1 točka

Izrazitev ene neznanke z drugo. 1 točka

Prehod na enačbo z eno neznanko. 1 točka

Izračunana rešitev enačbe. 1 točka

Zapisani letošnji starosti Eve in Blaža. 1 točka

Opomba: Rešitev pridobljena z ugibanjem ali poskušanjem se točkuje z 1 točko.