54. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Državno tekmovanje, 21. april 2018

Rešitve za 7. razred

V sklopu A bo pravilen odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkrožen nepravilen odgovor pol točke odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu priznajo začetne 4 točke.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	D	C	A	B	D	C	C	B	C

Utemeljitve:

A1. Izračunajmo $\left(\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{3}\right):0{,}2\right)+12\frac{1}{2}:\frac{3}{0{,}08}=\left(\frac{6}{15}-\frac{5}{15}\right):\frac{1}{5}+\frac{25}{2}\cdot\frac{0{,}08}{3}=\frac{1}{15}\cdot 5+\frac{25}{2}\cdot\frac{8}{3\cdot 100}=\frac{1}{3}+\frac{4}{12}=\frac{2}{3}$.

A2. Hrošč je 8-krat toliko hiter kot gosenica, torej mravlja s hroščem za enako razdaljo kot z gosenico potrebuje $24:8=3$ minute. Ker s hroščem prepotuje 4-krat tolikšno razdaljo, je z njim potovala 12 minut.

A3. Če je število deljivo z 9, je deljivo tudi s 3. Če je deljivo z 8, je deljivo tudi z 2 in 4. Za deljivost s 6 mora biti število deljivo z 2 in 3. Iskano najmanjše naravno število je zmnožek števil $9,\ 8,\ 7$ in 5, to je število 2520.

A4. Izračunamo razliko $\frac{4}{5}-\frac{3}{4}=\frac{1}{20}$. Točka T predstavlja število $\frac{3}{4}-3\cdot\frac{1}{20}=\frac{15}{20}-\frac{3}{20}=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$.

A5. Predpostavimo, da v trikotniku ABC velja: kot α je po velikosti večji od kota β. Točka D zato leži bliže oglišču A. Velikost kota $\sphericalangle DCE$ je enaka $\frac{1}{9}$ velikosti kota $\sphericalangle CED$, zato je vsota njunih velikosti enaka $\frac{10}{9}$ velikosti kota $\sphericalangle CED$. Upoštevamo, da je vsota velikosti notranjih kotov trikotnika $180°$, in dobimo, da je velikost kota $\sphericalangle CED=81°$. Torej sta velikosti kotov $\sphericalangle BEC=180°-81°=99°$ in $\sphericalangle CBE=\sphericalangle CBA=180°-45°-99°=36°=\beta$.

A6. Edino v primeru D seštejemo sodo in liho število ne glede na vrednosti naravnega števila n, torej je ta vsota liho število.

A7. En fant predstavlja $5\ \%$ vseh učencev, kar pomeni, da 20 učencev predstavlja $100\ \%$.

A8. Obseg trikotnika ABC sestavljata dva kraka a in osnovnica c, vsota njihovih dolžin je 50 cm. Obseg trikotnika ATC sestavljajo krak a, polovica osnovnice c in težiščnica t, katerih vsota dolžin je 40 cm. Če trikotnik ABC razpolovimo, ugotovimo, da je vsota dolžin kraka a in polovice osnovnice c enaka 25 cm. Če dodamo še težiščnico t, je vsota dolžin enaka 40 cm. Torej je dolžina težiščnice t enaka 15 cm.

A9. Označimo z m število modrih bonbonov, z r pa število rdečih bonbonov. Iz besedila lahko zapišemo zvezo: $0{,}6m=0{,}3r$, torej je $r=2m$ oziroma rdečih bonbonov je dvakrat toliko kot modrih. Od tod sledi, da modri bonboni predstavljajo $\frac{1}{3}$ vseh.

A10. Neenačbo rešijo 3 naravna števila, in sicer so to: $2,\ 3$ in 4.

B1. Regica porabi za 1 skok $\frac{1}{4}$ časa, Skokica pa $\frac{1}{5}$ časa. Za 3 skoke Regica porabi $\frac{3}{4}$ časa, Skokica za 4 skoke $\frac{4}{5}$ časa. Ker se dolžini ujemata in je $\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$, je Regica hitrejša.

Sklep o času, ki ga za 1 skok porabita Regica oziroma Skokica .... 2 točki
Razmislek o času za 3 Regičine skoke ter 4 Skokičine .... 2 točki
Sklep in utemeljitev, da je Regica hitrejša .... 2 točki

Opombe:

- Za korektno rešitev z uporabo razmerij tekmovalec lahko prejme vseh 6 točk.
- Za rešitev z napačnim sklepanjem, manjkajočo oziroma nepopolno utemeljitvijo tekmovalec prejme največ 4 točke.
- Neutemeljen odgovor se smatra za uganjenega in ne prinaša točk.

B2. Razcepimo zmnožek starosti otrok $440 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11$. Glede na to, da eden hodi v vrtec, druga dva pa v šolo, imamo le dve možnosti $440 = 4 \cdot 10 \cdot 11$ ali $5 \cdot 8 \cdot 11$. V prvem primeru je Peter star 4 leta, oče pa 44 let, kar je enako zmnožku Janezove ocene pri matematiki in starosti enega od starejših sinov. Edina možnost je, da ima Janez pri matematiki oceno 4, starost enega od sinov pa je 11.
V drugem primeru bi bil Peter star 5 let, oče pa 55. Janez bi imel v tem primeru pri matematiki oceno 5, kar pa ni možno, saj ima Luka pri matematiki višjo oceno kot Janez. Torej je oče je star 44 let, sinovi pa 4 leta, 10 let in 11 let.

Razcep števila 440 .... 1 točka
Sklep o obeh možnostih za produkt starosti .... 2 točki
Obravnava prve možnosti .... 1 točka
Obravnava in izločitev druge možnosti .... 1 točka
Zapisane starosti .... 1 točka