Rešitve za 8. razred

V sklopu A bo pravilen odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkrožen nepravilen odgovor eno točko odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu priznajo začetne 4 točke.

1	2	3	4	5	6	7	8
C	D	D	D	B	E	E	C

Utemeljitve:

A1. Na sredini med obema številoma je aritmetična sredina, ki je enaka -15.5.

A2. Žaba v enem skoku skoči za 5 kvadratkov desno ter 3 navzgor, v sedmih poskokih pa za 35 v desno in 21 navzgor. Metulja ujame v točki $(38, 23)$.

A3. Ker mora biti število deljivo s 45, je deljivo s 5. Torej se konča s števko 5, saj morajo biti vse števke enake. Prav tako pa mora biti število deljivo z 9, zato je sestavljeno iz devetih 5.

A4. Najprej izračunajmo vrednost danega številskega izraza:
$(\sqrt{63}+\sqrt{112})\cdot(\sqrt{7}+\sqrt{28}) = (3\sqrt{7}+4\sqrt{7})\cdot(\sqrt{7}+2\sqrt{7}) = 7\sqrt{7}\cdot 3\sqrt{7} = 3\cdot 7^2$.
Tretjina tega števila pa je 7^2.

A5. Drugi neenačbi zadoščajo le tri cela števila: $-1, 0, 1$. Izmed teh treh števil pa le 0 in 1 zadoščata tudi prvi neenačbi.

A6. Izpostavimo in izračunajmo: $\dfrac{11^{1002}\cdot 7^{1002} - 7^{1000}\cdot 11^{1000}}{49\cdot 77^{1000} - 49\cdot 77^{998}} = \dfrac{77^{1002} - 77^{1000}}{49\cdot 77^{998}\cdot(7^2-1)} =$
$= \dfrac{77^{1000}\cdot(7^2-1)}{49\cdot 77^{998}\cdot(7^2-1)} = \dfrac{77^2}{49} = \dfrac{7^2\cdot 11^2}{49} = 121.$

A7. Označimo z α notranji kot pravilnega večkotnika. Vsota velikosti notranjega in zunanjega kota je 180°, zato velja $\alpha + \frac{1}{8}\alpha = \frac{9}{8}\alpha = 180^\circ$. Torej je velikost notranjega kota enaka 160°. V pravilnem n-kotniku za velikost notranjega kota velja formula $\frac{(n-2)180^\circ}{n}$. Enačimo $160^\circ = \frac{(n-2)180^\circ}{n}$ in dobimo rešitev $n = 18$. Število diagonal večkotnika je enako $\frac{18\cdot 15}{2} = 135$.

A8. Debelina snežne odeje je vsaki dve uri višja za 7.75 cm. V zadnji uri upoštevamo le količino zapadlega snega, ne pa količine snega, ki ga odpihne. Zato nas zanima, kdaj bo debelina snežne odeje enaka $85.5 - 8 = 77.5$ cm. Delimo $77.5 : 7.75 = 10$ in dobimo, da bo snežna odeja tako debela v 20 urah. Čez 21 ur oziroma ob 22.15 pa bo debelina snežna odeje enaka 85.5 cm.

B1. Izračunamo

$$\left(-\frac{9}{32}\cdot(-1^6-1^5)^3-\left(1\frac{1}{2}\right)^2\right)^3-\frac{5}{97}\cdot\left(\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}+3\cdot(-2.1+0.11)\right)=$$

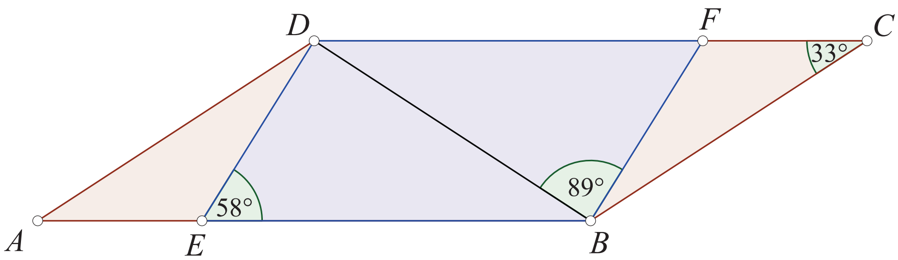
$$=\left(-\frac{9}{32}\cdot(-2)^3-\left(\frac{3}{2}\right)^2\right)^3-\frac{5}{97}\cdot\left(5+3\cdot(-1.99)\right)=$$

$$=\left(-\frac{9}{32}\cdot(-8)-\frac{9}{4}\right)^3-\frac{5}{97}\cdot(-0.97)=$$

$$=\left(\frac{9}{4}-\frac{9}{4}\right)^3-\frac{5}{97}\cdot\left(-\frac{97}{100}\right)=0+\frac{5}{100}=\frac{1}{20}$$

Izračunana vrednost izraza: $(-1^6-1^5)^3=-8$ .... **1 točka**
Izračunan kvadrat odštevanca v prvem oklepaju: $(1\frac{1}{2})^2=\frac{9}{4}$ .... **1 točka**
Izračunan kub vrednosti izraza v prvem oklepaju: $(\frac{9}{4}-\frac{9}{4})^3=0$ .... **1 točka**
Izračunana vrednost izraza $(\frac{1}{5})^{-1}+3\cdot(-2.1+0.11)=-0.97$ .... **1 točka**
Izračunan zmanjševanec $\frac{5}{97}\cdot(-0.97)=-\frac{5}{100}$ .... **1 točka**
Rezultat: $\frac{1}{20}$ .... **1 točka**

B2. V paralelogramu sta nasprotna kota skladna, torej za paralelogram $ABCD$ velja kot $\sphericalangle DCB=\sphericalangle BAD=33°$. Ker je trikotnik ABD enakokrak z osnovnico AB, je kot $\sphericalangle DBA$ skladen s kotom $\sphericalangle BAD$. Vsota kotov ob isti stranici v paralelogramu je enaka $180°$, zato je v paralelogramu $EBFD$ velikost kota $\sphericalangle FBE=180°-58°=122°$. Od tod sledi, da je velikost kota $\sphericalangle FBD=122°-33°=89°$.



Narisana skica .... **1 točka**
Sklep o velikosti kota $\sphericalangle BAD$ .... **1 točka**
Upoštevanje lastnosti enakokrakega trikotnika ter sklep o velikosti kota $\sphericalangle DBA$ .... **2 točki**
Sklep o velikosti kota $\sphericalangle FBE$ .... **1 točka**
Izračunana velikost kota $\sphericalangle FBD$ .... **1 točka**

B3. Prostornina prvega soda je x in predstavlja $\frac{2}{3}$ prostornine drugega soda. Torej je prostornina drugega soda $\frac{3}{2}x$. Ker prostornina prvega soda predstavlja $\frac{3}{4}$ prostornine tretjega soda, je ta enaka $\frac{4}{3}x$. Od tod sledi, da je x deljiv s 6. Upoštevamo, da je vsota vseh treh prostornin manjša od 50 in zapišemo neenačbo: $x+\frac{3}{2}x+\frac{4}{3}x<50$. Tej neenačbi ustrezata dva večkratnika števila 6: 6 in 12. Dobimo dve rešitvi. Prostornine sodov so po vrsti enake 6 litrov, 9 litrov in 8 litrov oziroma 12 litrov, 18 litrov in 16 litrov.

Ugotovitev glede prostornine drugega in tretjega soda . . . . 1 točka
Sklep, da je prostornina prvega soda število, deljivo s 6 **. . . . . 2 točki**
Zapisana neenačba vsote prostornin: $x + \frac{3}{2}x + \frac{4}{3}x < 50$ **. 1 točka**
Zapisani obe rešitvi . . . . 2 točki