

#### Rešitve za 9. razred

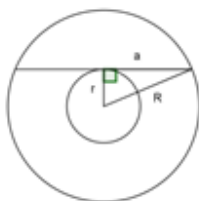
V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkroženi nepravilni odgovor pol točke odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu prizna začetne 4 točke.

1	2	3	4	5	6	7	8
E	C	B	D	C	C	B	B

Utemeljitev:

A1. Računajmo 
$$3 - \frac{4}{3 + \frac{6}{2 - \frac{3}{\frac{1}{5}}}} = 3 - \frac{4}{3 + \frac{6}{\frac{3}{\frac{1}{5}}}} = 3 - \frac{4}{3 + \frac{6}{3}} = 3 - \frac{4}{3 + 2} = 3 - \frac{4}{5} = \frac{15}{5} - \frac{4}{5} = \frac{11}{5} = 2\frac{1}{5}$$

- A2. Ploščina levega pravokotnika je enaka  $x \cdot 42$ , ploščina desnega pa  $(174 - x) \cdot 16$ . Izenačimo obe ploščini, dobimo enačbo  $x \cdot 42 = (174 - x) \cdot 16$  z rešitvijo  $x = 48$ .
- A3.  $\frac{1}{4}$  kg vode predstavlja  $\frac{2}{7}$  njene celotne mase, torej voda v steklenici tehta 0.875 kg. Prazna steklenica tehta 0.125 kg.
- A4. Število pravih odgovorov je bilo za 50 % večje od števila napačnih odgovorov, torej sta števili v razmerju 3 : 2. Razmerje med številom vseh vprašanj in številom nepravilnih odgovorov je zato enako 5 : 2. Vseh vprašanj je bilo 30, torej je bilo napačnih odgovorov 12. Ker je bilo pravih za 50 % več, jih je bilo 18.
- A5. Trikotnika *AML* in *DNL* sta si podobna, saj imata skladna dva para kotov. Razmerje  $|AL| : |LD|$  je zato enako razmerju  $|AM| : |DN| = \frac{a}{2} : \frac{2a}{3} = 3 : 4$ .
- A6. Mediana vseh dosežkov je na 8. mestu. Na prvem mestu je najslabši rezultat, 6 točk, na zadnjih dveh mestih sta najboljša rezultata, 10 točk. Na mestih od osmega do trinajstega je zato število 9, skupaj je zapisano 6-krat. Dosežek 6 točk je najbolj pogost, zato nastopa več kot 6-krat. Torej so na mestih od prvega do sedmega rezultati po 6 točk, kar pomeni da je vseh 7.
- A7. Zapišemo enačbe, ki ustrezajo opravljenemu delu v eni uri:  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{t} = \frac{1}{7.5}$ ,  $\frac{1}{z} + \frac{1}{t} = \frac{1}{10}$ , kjer je  $x$  čas prvega delavca,  $y$  drugega,  $z$  tretjega in  $t$  četrtega. Enačbe seštejemo in dobimo:  $2(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{t}) = \frac{1}{6} + \frac{2}{15} + \frac{1}{10} = \frac{24}{60}$ . Velja  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{t} = \frac{1}{5}$ , torej skupaj opravijo delo v 5 urah.
- A8. Označimo z  $R$  polmer večje krožnice ter z  $r$  polmer manjše. Ploščina kolobarja je  $p = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2)$ . Trikotnik s stranicami  $R$ ,  $r$  in 10 je pravokoten, zato je  $R^2 - r^2 = 100$ . Torej je ploščina kolobarja enaka  $p = 100\pi$ .



**B1.** Izraz razstavimo kot razliko kvadratov:

$$\begin{aligned}(2.6x + 5.8)^2 - (0.8x - 12.2)^2 &= \\ ((2.6x + 5.8) - (0.8x - 12.2))((2.6x + 5.8) + (0.8x - 12.2)) &= \\ (2.6x + 5.8 - 0.8x + 12.2)(2.6x + 5.8 + 0.8x - 12.2) &= \\ (1.8x + 18)(3.4x - 6.4) &\end{aligned}$$

Vrednost izraza je enaka 0, če je:

$$1.8x + 18 = 0. \text{ Torej je } x = -10.$$

$$3.4x - 6.4 = 0. \text{ Torej je } x = \frac{32}{17}.$$

**Upoštevanje razlike kvadratov. .... 1 točka**

**Zapisana enačba  $(1.8x + 18)(3.4x + 6.4) = 0$ . .... 1 točka**

**Reševanje enačbe  $1.8x + 18 = 0$ . .... 1 točka**

**Rešitev  $x = -10$ . .... 1 točka**

**Reševanje enačbe  $3.4x - 6.4 = 0$ . .... 1 točka**

**Rešitev  $x = \frac{32}{17}$ . .... 1 točka**

**Opombi: Tekmovalec dobi največ 1 točko, če je zapisal urejeno kvadratno enačbo. Če tekmovalec rešuje enačbo kot  $a^2 = b^2$  in pri tem ne upošteva možnosti  $a = -b$ , dobi največ 4 točke.**

**B2.** Iz besedila razberemo  $4a + 4b + 4c = 156$ , torej velja  $a + b + c = 39$ . Upoštevamo, da so  $a$ ,  $b$  in  $c$  tri zaporedna liha števila, in dobimo enačbo  $2n - 1 + 2n + 1 + 2n + 3 = 39$  z rešitvijo  $n = 6$ . Dolžine robov škatle so zato enake 11 cm, 13 cm in 15 cm. Površina take škatle je enaka  $P = 2(11 \cdot 13 + 11 \cdot 15 + 13 \cdot 15) = 1006 \text{ cm}^2$ . Porabimo 5 % kartona več, kar pomeni, da za škatlo potrebujemo  $0.1006 \cdot 1.05 = 0.10563 \text{ m}^2$  kartona. Prostornina take škatle je enaka  $V = 11 \cdot 13 \cdot 15 = 2145 \text{ cm}^3$ , kar je enako 2.145 litra.

**Zapisana in rešena enačba  $2n - 1 + 2n + 1 + 2n + 3 = 39$ . .... 1 točka**

**Izračunane dolžine robov: 11 cm, 13 cm in 15 cm. .... 1 točka**

**Izračunana površina škatle. .... 1 točka**

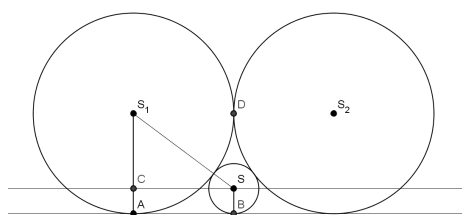
Izračunana površina kartona (v m<sup>2</sup>), ki ga potrebujemo. .... 1 točka

Izračunana prostornina škatle v litrih. .... 2 točki

**Opombi:** Za rešitev, ki sledi iz uganjenih dolžin robov, dobi tekmovalec največ 4 točke.

**Tekmovalec dobi točko za prvo alinejo, če je razvidno poznavanje zapisa lihih števil.**

- B3.** Označimo točke na sliki, kjer je daljica  $SC$  pravokotna na daljico  $AS_1$ . Torej velja  $|AC| = |BS| = r$ . Poleg tega velja  $|AB| = |CS| = |S_1D| = R$ . Po Pitagorovem izreku je  $|CS_1|^2 + |CS|^2 = |SS_1|^2$  oziroma  $(R - r)^2 + R^2 = (R + r)^2$ . Iz dobljene enakosti po odpravi oklepajev sledi  $r = \frac{R}{4}$ .



**Sklep, da velja  $|AC| = |BS| = r$ .** .... 1 točka

**Upoštevana zveza  $|AB| = |CS| = |S_1D| = R$ .** .... 1 točka

**Uporaba Pitagorovega izreka:  $|CS_1|^2 + |CS|^2 = |SS_1|^2$ .** .... 1 točka

**Zapisana enakost  $(R - r)^2 + R^2 = (R + r)^2$ .** .... 1 točka

**Poenostavitev zgornje enakosti.** .... 1 točka

**Sklep, da je  $r = \frac{R}{4}$ .** .... 1 točka

**Opomba:** Zgolj zapisana rešitev (merjenje,...) prinese 1 točko.