

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis, kopiranje in uporabo gradiva v tem dokumentu izključno za izvedbo ustreznega tekmovanja v skladu s pravilnikom in ob času, določenim z razpisom. **Najkasneje v 7 dneh po tekmovanju je potrebno vse elektronske verzije tega dokumenta izbrisati, vse neizkoriščene tekmovalne pole (razen manjšega števila izvodov za arhiv tekmovalne komisije), pa uničiti.** Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Referenčna koda datoteke je zapisana ob vsaki strani tega dokumenta.

1. $h = 100$ cm, $a = 60$ cm, $S = 1$ cm², $\rho = 13\,600$ kg/m³, $p_0 = 1$ bar, $F = 4$ N.

a) Če na bat ne pritiskamo, zunanji zračni tlak izenači hidrostatski pritisk živega srebra in tlak zraka p_a v mehurčku:

$$p_0 = \rho g(h - a) + p_a,$$

kjer je $p_a = 0,47$ bar.

[4 t.]

b) Ko pritiskamo na bat, pa velja

$$p_0 + \frac{F}{S} = \rho g(h - b) + p_b.$$

Upoštevamo še zvezo $p_a a = p_b b$, ki sledi iz plinske enačbe in izotermne spremembe (počasi pritisnemo). Rešujemo kvadratno enačbo

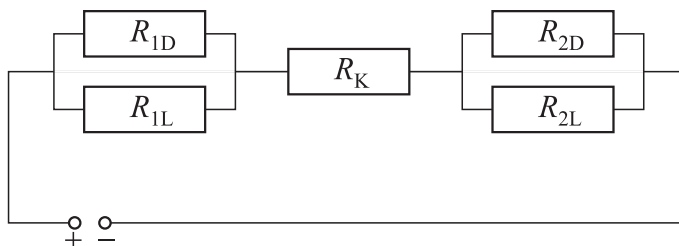
$$-b^2 \rho g + b \left(\rho g h - p_0 - \frac{F}{S} \right) + p_a a = 0.$$

Dobimo $b = 44$ cm.

[6 t.]

2. $U_0 = 20 \text{ V}$, $t_{12} = 12.00$, $I_1 = 4.0 \text{ A}$, $t_{18} = 18.00$, $I_2 = 5.0 \text{ A}$, $t_3 = 16.00$, $r_1 = 8 \text{ cm}$, $r_2 = 10 \text{ cm}$, R_k je skupni upor kazalcev, R_1 je upor notranjega obroča, R_2 je upor zunanjšega obroča.

a) Vezje ure opisuje shema



[2 t.] Oznaki R_{1L} in R_{1D} označujeta upor levega in desnega dela notranjega obroča ob določeni legi urnega kazalca. Analogno oznaki R_{2L} in R_{2D} označujeta upor levega in desnega dela zunanjšega obroča ob določeni legi minutnega kazalca.

Ob času t_{12} sta oba kazalca v najvišji legi in velja $R_{1L} = R_{1D} = R_1/2$ ter $R_{2L} = R_{2D} = R_2/2$. Nadomestni upor vezja je takrat

$$R_{12} = \frac{R_1}{4} + R_k + \frac{R_2}{4} = \frac{U_0}{I_1}.$$

Ob času t_{18} se urni kazalec dotika pozitivnega priključka vira in tok po notranjem obroču sploh ne teče (lahko bi rekli, da je upor enega od R_{1L} in R_{1D} enak nič), medtem ko je minutni kazalec v najvišji legi in ponovno velja $R_{2L} = R_{2D} = R_2/2$. Nadomestni upor vezja je takrat

$$R_{18} = R_k + \frac{R_2}{4} = \frac{U_0}{I_2}.$$

Od prve enačbe odštejemo drugo in dobimo

$$\frac{R_1}{4} = \frac{U_0}{I_1} - \frac{U_0}{I_2},$$

kar nam da

$$R_1 = 4U_0 \left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2} \right) = 4 \Omega.$$

Z razmerjem polmerov obročev izrazimo razmerje uporov obročev

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{R_2}{R_1} \quad \Rightarrow \quad R_2 = R_1 \frac{r_2}{r_1} = 5 \Omega.$$

Iz enačbe za t_{18} izrazimo še R_k kot

$$R_k = \frac{U_0}{I_2} - \frac{R_2}{4} = 2,75 \Omega.$$

[5 t.]

b) Ko je ura t_3 je minutni kazalec najvišje in ponovno velja $R_{2L} = R_{2D} = R_2/2$. Urni kazalec je na številki 4, kar pomeni, da velja $R_{1L} = \frac{10}{12}R_1 = \frac{5}{6}R_1$ in $R_{1D} = \frac{2}{12}R_1 = \frac{1}{6}R_1$. Upornika sta vezana vzporedno in njun nadomestni upor je

$$R'_1 = \frac{R_{1L}R_{1D}}{R_{1L} + R_{1D}} = \frac{5}{36}R_1.$$

Tok skozi vir določa nadomestni upor R_3 in je

$$I_3 = \frac{U_0}{R_3} = \frac{U_0}{R'_1 + R_k + R_2/4} = \frac{20 \text{ V}}{\frac{5}{9} \Omega + 4 \Omega} = \frac{180}{41} \text{ A} = 4,39 \text{ A} \approx 4,4 \text{ A}.$$

[3 t.]

3. $U = 700 \text{ V}$, $E = 200 \text{ V/m}$, $s = 5 \text{ cm}$, $l = 10 \text{ cm}$, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $e_0 = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As}$.

a) Delo pospeševalne napetosti je enako kinetični energiji elektronov:

$$e_0 U = \frac{1}{2} m_e v^2, \quad v = \sqrt{\frac{2e_0 U}{m_e}} = 1,57 \cdot 10^7 \text{ m/s}.$$

Pozitrone pospešimo z nasprotno enako napetostjo; dosežejo pa enako hitrost kot elektroni.

[2 t.]

b) Na elektrone deluje v navpični smeri sila $F = e_0 E$ in pospešek $a = e_0 E / m_e$. V času preleta kondenzatorja

$$t = \frac{s}{v} = 3,2 \text{ ns}$$

se v navpični smeri pospešijo do hitrosti

$$v_y = at = \frac{e_0 E t}{m_e} = 1,1 \cdot 10^5 \text{ m/s}.$$

[3 t.]

c) Zaslon dosežejo v času

$$t' = \frac{l}{v} = 6,4 \text{ ns}$$

in v navpični smeri se zunaj kondenzatorja gibljejo enakomerno in prepotujejo razdaljo

$$h = v_y t' = 0,72 \text{ mm}.$$

[2 t.]

Znotraj kondenzatorja pa se v navpični smeri premakne za

$$y = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{e_0 E t^2}{2 m_e} = \frac{1}{2} v_y t = 0,18 \text{ mm}.$$

Enako navpično razdaljo, le v nasprotni smeri, prepotujejo pozitroni. Razmik me točkama je torej

$$d = 2(h + y) = 1,8 \text{ mm}.$$

[3 t.]