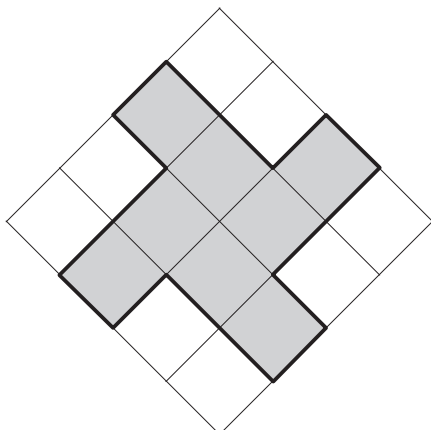


Rešitve za 8. razred

1. Lik lahko prekrijemo z 8 skladnimi kvadrati, kot je prikazano na sliki.



Ploščina enega takega kvadrata meri $200 \text{ cm}^2 : 8 = 25 \text{ cm}^2$, torej je njegova stranica dolga 5 cm. Krajša stranica danega lika tako meri 5 cm, daljša pa 10 cm. Obseg lika je enak $8 \cdot 5 \text{ cm} + 4 \cdot 10 \text{ cm} = 80 \text{ cm}$.

| | |
|--|----------------|
| Ugotovitev, da lik lahko prekrijemo z 8 skladnimi kvadrati. | 2 točki |
| Izračunana ploščina enega takega kvadrata. | 2 točki |
| Izračunana stranica kvadrata. | 2 točki |
| Sklep o dolžinah krajše in daljše stranice lika. | 2 točki |
| Izračunan obseg lika. | 2 točki |

2. Izračunajmo:

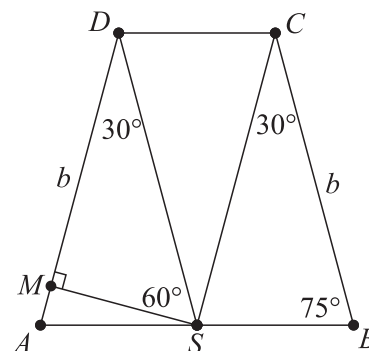
$$\begin{aligned}
 & \sqrt{(-2)^{12} \cdot \left(\frac{(-2)^3 \cdot (-2)^4}{(-2)^2 \cdot (-2)^7}\right)^3} + \sqrt{(2 \cdot 3)^4 + (3^2)^3} + 13 \cdot \frac{\sqrt{2} + 1}{2 + \sqrt{2} + 1} : \frac{1}{\sqrt{8} - 1} = \\
 & = \sqrt{2^{12} \cdot \left(\frac{(-2)^7}{(-2)^9}\right)^3} + \sqrt{2^4 \cdot 3^4 + 3^6} + 13 \cdot \frac{\sqrt{2} + 1}{3 + \sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{8} - 1}{1} = \\
 & = \sqrt{2^{12} \cdot \left(\frac{1}{(-2)^2}\right)^3} + \sqrt{3^4(2^4 + 3^2)} + 13 \cdot \frac{(\sqrt{2} + 1)(3 - \sqrt{2})}{(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})} \cdot \frac{\sqrt{8} - 1}{1} = \\
 & = \sqrt{\frac{2^{12}}{2^6}} + \sqrt{25 \cdot 3^4} + 13 \cdot \frac{3\sqrt{2} + 3 - 2 - \sqrt{2}}{9 - 2} \cdot \frac{\sqrt{8} - 1}{1} = \\
 & = \sqrt{2^6} + 5 \cdot 3^2 + 13 \cdot \frac{2\sqrt{2} + 1}{7} \cdot \frac{2\sqrt{2} - 1}{1} = \\
 & = 2^3 + 45 + 13 \cdot \frac{(2\sqrt{2})^2 - 1}{7} = 8 + 45 + 13 \cdot \frac{8 - 1}{7} = 8 + 45 + 13 = 66.
 \end{aligned}$$

- Upoštevanje pravil za množenje in deljenje potenc v prvem členu.1 točka**
Odpravljene negativne osnove pri potencah v prvem členu - potenciranje negativne osnove s sodo stopnjo.1 točka
Upoštevanje pravila za potenciranje potenc v prvem členu.1 točka
Izračunana vrednost prvega člena.1 točka
Odprava oklepajev v drugem členu.1 točka
Izpostavljanje skupnega faktorja v drugem členu.1 točka
Izračunana vrednost drugega člena.1 točka
Izračunana vsota v imenovalcu prvega ulomka tretjega člena ter obratna vrednost drugega ulomka v tretjem členu.1 točka
Izračunana vrednost tretjega člena.1 točka
Izračunana vrednost izraza.1 točka

3. S c označimo ceno kruha pred podražitvijo. Strošek bele moka predstavlja 30% celotne cene, torej $0.3c$. Podobno strošek ržene moka predstavlja $0.6c$ in strošek vode $0.1c$. Po podražitvi moka je strošek bele moka enak $0.3c \cdot 1.25 = 0.375c$, strošek ržene moka pa $0.6c \cdot 1.2 = 0.72c$. Cena kruha po podražitvi je torej enaka $0.375c + 0.72c + 0.1c = 1.195c$, kar pomeni, da se je prvotna cena zvišala za 19.5%.

| | |
|--|----------------|
| Zapisan strošek bele moka. | 1 točka |
| Zapisan strošek ržene moka. | 1 točka |
| Zapisan strošek vode. | 1 točka |
| Izračunan strošek bele moka po podražitvi. | 2 točki |
| Izračunan strošek ržene moka po podražitvi. | 2 točki |
| Zapisana cena kruha po podražitvi. | 1 točka |
| Sklep, da gre za 19.5% podražitev. | 2 točki |

4. Dolžini krakov BC in AD trapeza $ABCD$ sta enaki, označimo ju z b . Dolžino osnovnice AB označimo z a . Vzporrednica h kraku AD skozi točko C seka daljšo osnovnico v točki S . Dobljeni štirikotnik $ASCD$ je paralelogram s stranicami $\frac{a}{2}$ in b . Podobno je štirikotnik $SBCD$ paralelogram s stranicami $\frac{a}{2}$ in b . Ker sta daljici BC in SD vzporedni, sta kota $\sphericalangle CBA$ in $\sphericalangle DSA$ skladna ter merita 75° . Podobno velja za kote $\sphericalangle BSC = \sphericalangle SAD = \sphericalangle SDC = \sphericalangle DCS = 75^\circ$. Sklepamo, da so trikotniki ASD , SBC in CDS skladni enakokraki trikotniki. Narišemo višino MS v trikotniku ASD .



Velikost kota $\sphericalangle ADS$ je enaka 30° , kot $\sphericalangle DSM$ pa meri 60° . Pravokotni trikotnik MSD je torej polovica enakostraničnega trikotnika s stranico b . Dolžina stranice MS je enaka $\frac{b}{2}$. Ploščina trikotnika ASD je enaka $\frac{b \cdot \frac{b}{2}}{2} = \frac{b^2}{4}$. Ker trapez sestavljajo trije taki trikotniki, je njegova ploščina enaka $\frac{3b^2}{4}$.

Sklep, da sta štirikotnika $ASCD$ in $SBCD$ paralelograma s stranicama $\frac{a}{2}$ in b 1 točka

Ugotovitev, da je velikost kota $\sphericalangle DSA$ enaka 75° 1 točka

Sklep: $\sphericalangle BSC = \sphericalangle SAD = \sphericalangle SDC = \sphericalangle DCS = 75^\circ$ 1 točka

Sklep, da so trikotniki ASD , SBC in CDS skladni enakokraki trikotniki. 2 točki

Ugotovitev, da je trikotnik MSD polovica enakostraničnega trikotnika s stranico b . 2 točki

Sklep, da je višina MS enaka $\frac{b}{2}$ 1 točka

Izračunana ploščina trikotnika ASD 1 točka

Izračunana ploščina trapeza. 1 točka

5. Za pot navzgor potrebuje Jan 1 uro in 12 minut oziroma 1.2 ure, torej bi s tako hitrostjo v eni uri prekolesaril $\frac{12}{1.2} = 10$ km. Pot navzdol je prevozil v 20 minutah, kar pomeni, da bi s tako hitrostjo v eni uri prekolesaril $12 \cdot 3 = 36$ km. Oddaljenost čebelnjaka od vrha označimo z x . Jan je za pot od čebelnjaka do vrha potreboval $\frac{x}{10}$ ure, čas z vrha do čebelnjaka pa je enak $\frac{x}{36}$ ure. Razberemo, da je na vrhu počival 51 minut, torej je za kolesarjenje od čebelnjaka do vrha in nazaj potreboval 69 minut, kar je enako $\frac{69}{60}$ ure. Vsota časov je enaka $\frac{x}{10} + \frac{x}{36} = \frac{23x}{180}$, kar mora biti enako $\frac{69}{60} = \frac{207}{180}$. Velja, da je $23x = 207$ in $x = 9$, torej stoji čebelnjak 9 km pod vrhom.

| | |
|---|---------|
| Izračunana Janova povprečna hitrost na poti navzgor. | 2 točki |
| Izračunana hitrost na poti navzdol. | 2 točki |
| (samo pravilno izračunana časa, ki ju porabi v eno smer - v vsakem primeru po 1 točka) | |
| Izračunan čas, ki ga porabi za pot od čebelnjaka do vrha: $\frac{x}{10}$ | 1 točka |
| Čas z vrha do čebelnjaka : $\frac{x}{36}$ | 1 točka |
| Zapisana vsota časov: $\frac{x}{10} + \frac{x}{36} = \frac{23x}{180}$ | 1 točka |
| Ugotovitev, da mora biti vsota časov 69 min oziroma $\frac{69}{60} = \frac{207}{180}$ ure. | 2 točki |
| Izračunana vrednost $x = 9$ km. | 1 točka |