Rešitve za 8. razred

V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkroženi nepravilni odgovor eno točko odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu prizna začetne 4 točke.

1	2	3	4	5	6	7	8
E	C	C	D	D	A	B	D

Utemeljitve:

A1. Izračunajmo $\frac{1}{32} \cdot 2^{2015} = \frac{1}{2^5} \cdot 2^{2015} = 2^{2010}$

A2. Izračunajmo: $((((1-2)^{2015} - 4) - 5) + 6)(-5) - (-2)^4 + 2015^0 = ((-1)^{2015} - 4 - 5 + 6)(-5) - 16 + 1 = (-1-3)(-5) - 15 = (-4)(-5) - 15 = 20 - 5 = 5$.

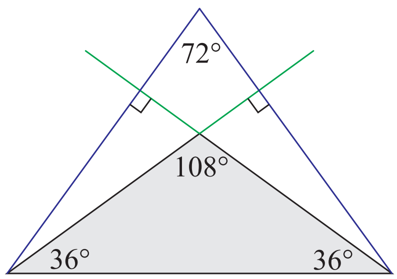
A3. Izračunajmo: $\sqrt{40^4 - 30^4} = \sqrt{4^4 \cdot 10^4 - 3^4 \cdot 10^4} = \sqrt{10^4(4^4 - 3^4)} = 10^2\sqrt{256 - 81} = 100\sqrt{25 \cdot 7} = 100 \cdot 5\sqrt{7} = 500\sqrt{7}$

A4. Kombinacija na ključavnici je petmestna. Za vsako mesto ima tri možnosti, torej je vseh možnih kombinacij $3^5 = 243$.

A5. Izračunamo vrednosti izraza za vsako od ponujenih rešitev. Po vrsti dobimo 67, 83, 101, 121 in 143. Števili 121 in 143 nista praštevili, torej je rešitev $n = 10$.

A6. Ker je srednja števka aritmetična sredina prve in tretje števke, je njuna vsota zagotovo sodo število. Torej sta prva in tretja števka obe lihi ali obe sodi števili. Prvemu pogoju zadošča 25 števil, drugemu pa 20, saj na mestu stotic ne sme stati števka 0. Torej pogojem naloge ustreza 45 števil.

A7. Razberemo, da so notranji koti trikotnika veliki α, α in 3α. Velja $\alpha + \alpha + 3\alpha = 180°$ in $\alpha = 36°$. Torej je kot ob vrhu trikotnika velik $108°$, nosilki višin na kraka pa se sekata izven trikotnika. Nožišči višin, vrh trikotnika ter presečišče nosilk določajo deltoid z dvema pravima kotoma in enim notranjim kotom velikosti $108°$. Velikost iskanega kota je $72°$.



A8. Ker gre za enaki podražitvi v odstotkih, sta razmerji med drugo in začetno ceno ter končno in drugo ceno enaki. Razmerje med končno in začetno ceno pa je enako 1.44, torej je razmerje med drugo in končno ceno enako $\sqrt{1.44} = 1.2$, kar pomeni, da sta bili obe podražitvi $20\ \%$.

B1. Izračunamo

$$\frac{\sqrt{3^{2015}}+1}{\sqrt{3^{2008}}}-\frac{2}{2\cdot 3^{1004}}=$$

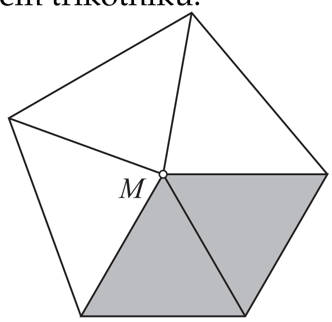
$$=\frac{\sqrt{3^{2015}}+1}{3^{1004}}-\frac{1}{3^{1004}}=\frac{\sqrt{3^{2015}}}{3^{1004}}=\sqrt{\frac{3^{2015}}{3^{2008}}}=\sqrt{3^7}=\sqrt{3^6\cdot 3}=27\sqrt{3}$$

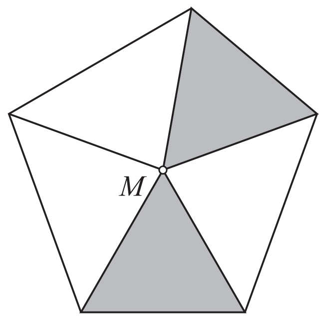
Izračunan imenovalec prvega ulomka: 3^{1004}**. .... 1 točka**
Krajšanje drugega ulomka: $\frac{1}{3^{1004}}$**. .... 1 točka**
Izračunana razlika: $\frac{\sqrt{3^{2015}}}{3^{1004}}$**. .... 1 točka**
Upoštevanje pravila za korenjenje ulomka in zapis: $\sqrt{\frac{3^{2015}}{3^{2008}}}$**. .... 1 točka**
Krajšanje korenjenca: $\sqrt{3^7}$**. .... 1 točka**
Delno korenjenje: $27\sqrt{3}$**. .... 1 točka**

B2. Po 6 dneh od začetka bi vseh 18 delavcev za dokončanje potrebovalo še 18 dni, torej bi en delavec potreboval 324 dni. Razberemo, da z delom nadaljuje le 12 delavcev, kateri pa delo opravijo v 27 dneh, saj je $\frac{324}{12}=27$. Upoštevamo še prvih 6 dni, ko dela vseh 18 delavcev in dobimo, da bo delo opravljeno v 33 dneh.

Ugotovitev, da vsi delavci za nedokončano delo potrebujejo 18 **dni. ..... 1 točka**
Sklep, da bi en sam delavec to opravil v 324 **dneh. .... 1 točka**
Ugotovitev, da z delom nadaljuje 12 **delavcev. .... 1 točka**
Sklep, da preostalo delo 12 **delavcev opravi v** 27 **dneh. .... 2 točki**
Zapisana rešitev: Delo je bilo opravljeno v 33 **dneh. .... 1 točka**

B3. Točko M povežemo z oglišči, kot zahteva naloga. Dobimo pet kotov z vrhom v točki M, ki so skupaj veliki $360°$. Dva kota sta velika $60°$, saj sta kota v dveh enakostraničnih trikotnikih, ostali trije pa so skladni. Velikost enega je enaka $\frac{1}{3}(360°-2\cdot 60°)=80°$. Ker so enakokraki trikotniki skladni, so daljice, ki povezujejo točko M z oglišči, skladne. Torej je točka M vrh enakokrakega trikotnika in kot ob vrhu je velik $80°$. Kota ob osnovnici sta velika $\frac{1}{2}(180°-80°)=50°$ in sta torej manjša od notranjega kota v enakostraničnem trikotniku.





Ugotovitev, da je vsota vseh petih kotov z vrhom v točki M **enaka** $360°$**. . 1 točka**
Upoštevanje, da dva kota z vrhom v točki M **merita** $60°$**. .... 1 točka**
Izračun velikosti enega od preostalih treh kotov: $80°$**. .... 1 točka**
Ugotovitev, da je točka M **vrh enakokrakega trikotnika. .... 1 točka**

Izračunani velikosti kotov ob osnovnic: $50°$**. .... 1 točka**
Sklep, da je to najmanjši notranji kot v dobljenih trikotnikih. .... 1 točka