

## Rešitve za 8. razred

1. Ločimo dve možnosti  $|x - 1| - 5 = 3$  in  $|x - 1| - 5 = -3$ . Prvo enačbo preoblikujemo v  $|x - 1| = 8$  in dobimo dve enačbi:  
 $x - 1 = 8$ : rešitev te enačbe je  $x = 9$ .  
 $x - 1 = -8$ : v tem primeru je rešitev enačbe  $x = -7$ .  
V drugem primeru enačbo preoblikujemo v enačbo  $|x - 1| = 2$ . Tokrat je potrebno rešiti naslednji enačbi:  
 $x - 1 = 2$ : rešitev je  $x = 3$ .  
 $x - 1 = -2$  z rešitvijo  $x = -1$ .

<b>Upoštevanje obeh možnosti: <math> x - 1  - 5 = 3</math> in <math> x - 1  - 5 = -3</math>.</b>	<b>2 točki</b>
<b>Zapis ekvivalentne enačbe k prvi možnosti: <math> x - 1  = 8</math>.</b>	<b>1 točka</b>
<b>Odprava absolutne vrednosti in upoštevanje dveh možnosti.</b>	<b>1 točka</b>
<b>Zapisana rešitev enačbe <math>x - 1 = 8</math>: <math>x = 9</math>.</b>	<b>1 točka</b>
<b>Zapisana rešitev enačbe <math>x - 1 = -8</math>: <math>x = -7</math>.</b>	<b>1 točka</b>
<b>Zapis enakovredne enačbe k drugi možnosti: <math> x - 1  = 2</math>.</b>	<b>1 točka</b>
<b>Ponovno upoštevanje dveh možnosti.</b>	<b>1 točka</b>
<b>Zapisana rešitev enačbe <math>x - 1 = 2</math>: <math>x = 3</math>.</b>	<b>1 točka</b>
<b>Zapisana rešitev enačbe <math>x - 1 = -2</math> z rešitvijo <math>x = -1</math>.</b>	<b>1 točka</b>

### 2. 1. način

Označimo prvo število z  $a$  in drugo število z  $b$ . Vsako število, razen prvih dveh, je enako vsoti dveh predhodno zapisanih števil. Torej imamo števila:  $a, b, a + b, a + 2b, 2a + 3b$  ter  $3a + 5b$ . Njihova vsota je enaka  $8a + 12b$  oziroma  $4(2a + 3b)$ . Vemo, da je peto število enako 14, torej velja  $2a + 3b = 14$ . Tako je vsota teh šestih števil enaka  $4 \cdot 14 = 56$ .

**Upoštevanje, da je vsako število, razen prvih dveh, enako vsoti dveh predhodno zapisanih števil:**

<b>Zapisano tretje število: <math>a + b</math>.</b>	<b>1 točka</b>
<b>Zapis četrtega števila: <math>a + 2b</math>.</b>	<b>1 točka</b>
<b>Zapis petega števila: <math>2a + 3b</math>.</b>	<b>1 točka</b>
<b>Zapisano šesto število: <math>3a + 5b</math>.</b>	<b>1 točka</b>
<b>Izračuna ter zapisana vsota vseh 6 števil: <math>8a + 12b</math>.</b>	<b>2 točki</b>
<b>Izpostavljanje skupnega faktorja: <math>4(2a + 3b)</math>.</b>	<b>2 točki</b>
<b>Sklep, da iz enakosti <math>2a + 3b = 14</math> sledi, da je vsota enaka: <math>4 \cdot 14 = 56</math>.</b>	<b>2 točki</b>

**Opomba: Uganjena rešitev brez utemeljitve prinese največ 2 točki.**

### 2. način

Označimo prvo število z  $a$  in drugo število z  $b$ . Vsako število, razen prvih dveh, je enako vsoti dveh predhodno zapisanih števil, peto število pa je enako 14. Torej imamo števila:  $a, b, a + b, a + 2b, 14$  ter  $a + 2b + 14$ . Za peto število velja  $2a + 3b = 14$ , kar pomeni, da je  $b$  sodo naravno število. Število  $b$  je lahko le 2 ali 4, sicer bi bila vsota  $2a + 3b$  večja od 14. Če je  $b = 2$ , mora biti  $a = 4$ . Torej dobimo števila: 4, 2, 6, 8, 14 in 22, katerih vsota je enaka 56. Če pa je  $b = 4$ , mora biti  $a = 1$ . V tem primeru dobimo števila: 1, 4, 5, 9, 14 in 23, katerih vsota je prav tako 56.

**Upoštevanje, da je vsako število, razen prvih dveh, enako vsoti dveh predhodno zapisanih števil:**

**Zapisano tretje število:  $a + b$ . .... 1 točka**

**Zapis četrtega števila:  $a + 2b$ . .... 1 točka**

**Zapisano šesto število:  $a + 2b + 14$ . .... 1 točka**

**Zapisana enakost za peto število:  $2a + 3b = 14$ . .... 1 točka**

**Sklep in utemeljitev, da je  $b$  lahko le 2 ali 4. .... 2 točki**

**Obravnavanje možnosti  $b = 2$  z zapisanimi števili in izračunano vsoto 56. ... 2 točki**

**Obravnavanje možnosti  $b = 4$  z zapisanimi števili in izračunano vsoto 56. ... 2 točki**

3. Z večjim bagrom izkopljejo v eni uri  $\frac{1}{12}$  jame. Ker je bilo delo končano v 8 urah, so z večjim bagrom izkopali  $\frac{8}{12}$  oziroma  $\frac{2}{3}$  jame. Preostalo  $\frac{1}{3}$  jame so izkopali z manjšima bagroma. S prvim manjšim bagrom so delali 6, z drugim pa 4 ure, skupaj torej 10 delovnih ur za  $\frac{1}{3}$  jame. To pomeni, da bi v eni uri z vsakim izmed manjših bagrov izkopali  $\frac{1}{30}$  jame. Če bi izkopavali le z enim manjšim bagrom, bi izkop jame trajal 30 ur.

**Ugotovitev, da z večjim bagrom vsako uro izkopljejo  $\frac{1}{12}$  jame. .... 1 točka**

**Sklep, da so z večjim bagrom izkopali  $\frac{2}{3}$  jame. .... 1 točka**

**Ugotovitev, da so z manjšima bagroma skupaj izkopali  $\frac{1}{3}$  jame. .... 1 točka**

**Ugotovitev, da so s prvim manjšim bagrom delali 6, z drugim pa 4 ure. .. 2 točki**

**Sklep, da so z obema manjšima bagroma skupaj v 10 urah izkopali  $\frac{1}{3}$  jame. ... 1 točka**

**Sklep, da bi z vsakim od njiju v eni uri izkopali  $\frac{1}{30}$  jame. .... 2 točki**

**Odgovor: Z manjšim bagrom bi izkopali jamo v 30 urah. .... 2 točki**

4. Število odvzetih frnikol iz prve posode označimo z  $x$ . Iz druge posode smo vzeli  $2x$  frnikol, iz tretje  $3x$ , četrte  $4x$  in tako naprej. Skupno smo odvzeli  $x + 2x + 3x + \dots + 10x$  frnikol oziroma  $55x$ . V deseti posodi je ostala le 1 frnikola, torej je bila na začetku v tej posodi  $10x + 1$  frnikola. Ker je bilo v vsaki izmed posod enako število frnikol, je bilo skupno število vseh frnikol enako  $10 \cdot (10x + 1)$ . Ostalo jih je 370, torej je potrebno rešiti enačbo:  $10 \cdot (10x + 1) - 55x = 370$ , katere rešitev je  $x = 8$ . V vsaki posodi je bilo na začetku 81 frnikol.

**Zapisana števila odvzetih frnikol iz posamezne posode:  $x, 2x, 3x \dots 10x$ . 2 točki**

**Izračunano skupno število odvzetih frnikol:  $55x$ . .... 1 točka**

**Sklep, da je bila v deseti posodi  $10x + 1$  frnikola. .... 1 točka**

**Ugotovitev, da je bilo v vseh posodah skupaj  $10 \cdot (10x + 1)$  frnikol. .... 1 točka**

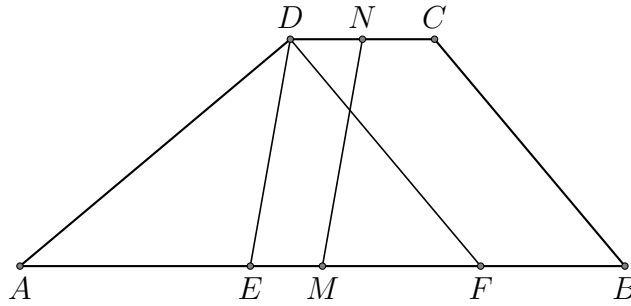
**Zapisana enačba:  $10 \cdot (10x + 1) - 55x = 370$ . .... 2 točki**

**Izračunana rešitev enačbe:  $x = 8$ . .... 2 točki**

**Izračunano število frnikol v posamezni posodi, torej 81 frnikol. .... 1 točka**

**Opomba: če tekmovalec rešuje nalogo s poskušanjem in pri tem ne preveri čisto vseh možnosti, prejme največ 7 točk.**

5. Narišimo skico



Označimo kota ob daljši osnovnici trapeza  $ABCD$ :  $\sphericalangle BAD = \alpha$  in  $\sphericalangle CBA = \beta$ . Razpolovišči osnovnic označimo s točkama  $M$  in  $N$ . Vzporednica k daljici  $MN$  skozi točko  $D$  seka osnovnico  $AB$  v točki  $E$ . Vzporednica k daljici  $BC$  skozi točko  $D$  seka osnovnico  $AB$  v točki  $F$ . Ker je točka  $M$  razpolovišče daljše osnovnice  $a$ , velja  $|MB| = \frac{a}{2}$ . Daljici  $EM$  in  $ND$  sta enako dolgi, in sicer je  $|EM| = \frac{c}{2}$ , saj je točka  $N$  razpolovišče osnovnice  $c$ . Torej velja  $|AE| = a - \frac{a}{2} - \frac{c}{2} = \frac{a-c}{2}$ . Trikotnik  $AED$  je enakokrak z osnovnico  $AD$ , saj iz besedila in skice razberemo:  $|DE| = |MN| = \frac{a-c}{2} = |AE|$ . Od tod sledi  $\sphericalangle EAD = \sphericalangle ADE = \alpha$ . Trikotnik  $EFD$  je enakokrak z osnovnico  $FD$ , saj je dolžina stranice  $EF$  enaka  $|EF| = a - c - \frac{a-c}{2} = \frac{a-c}{2}$ . Torej velja  $\sphericalangle DFE = \sphericalangle EDF = \beta$ . Velikosti notranjih kotov trikotnika  $AFD$  so  $\alpha$ ,  $\beta$  in  $\alpha + \beta$ , vsota velikosti pa je  $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$ . Vsota velikosti kotov ob daljši osnovnici trapeza je torej enaka  $90^\circ$ .

- Narisana skica z označeno zveznico razpolovišč obeh osnovnic. .... 1 točka**  
**Ugotovitev, da je dolžina daljice  $MN$  je enaka  $\frac{a-c}{2}$ . .... 1 točka**  
**Izračunana dolžina daljice  $AE$ :  $|AE| = \frac{a-c}{2}$ . .... 1 točka**  
**Sklep, da je trikotnik  $AED$  enakokrak z osnovnico  $AD$ . .... 1 točka**  
**Sklep, da za dva notranja kota trikotnika  $AED$  velja:  $\sphericalangle EAD = \sphericalangle ADE = \alpha$ . .... 1 točka**  
**Izračunana dolžina daljice  $EF$ :  $|EF| = \frac{a-c}{2}$ . .... 1 točka**  
**Sklep, da je trikotnik  $EFD$  enakokrak z osnovnico  $FD$ . .... 1 točka**  
**Sklep, da za dva notranja kota trikotnika  $EFD$  velja:  $\sphericalangle DFE = \sphericalangle EDF = \beta$ . .... 1 točka**  
**Ugotovitev, da v trikotniku  $AFD$  velja  $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$ . .... 1 točka**  
**Vsota kotov ob daljši osnovnici trapeza je enaka  $\alpha + \beta = 90^\circ$ . .... 1 točka**

**Opomba:** če tekmovalec izhaja iz napačne predpostavke, da je trapez enakokrak, dobi največ dve točki. Prav tako dobi največ 2 točki v primeru, da napačno predpostavi, da je zveznica razpolovišč osnovnic višina trapeza.