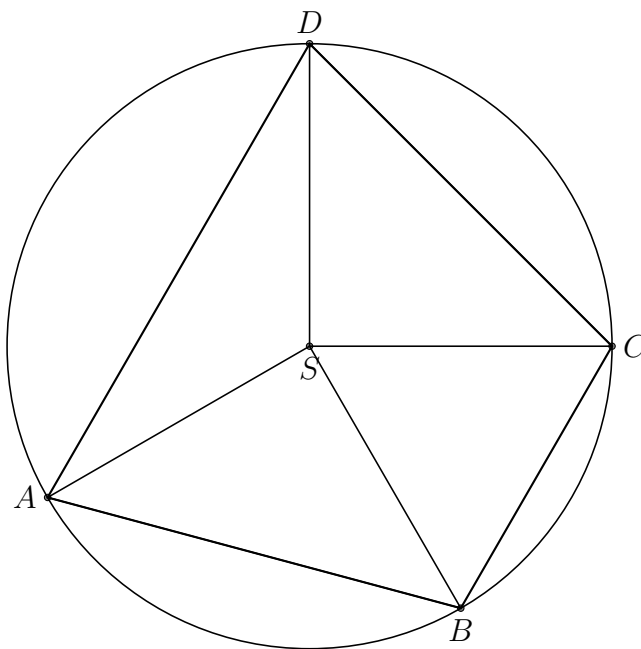


Rešitve za 9. razred

1. Število vseh učencev na šoli označimo z n . Iz prvega razmerja razberemo, da je bilo število učencev pri posamezni dejavnosti na začetku šolskega leta enako: $\frac{3n}{12} = \frac{n}{4}$, $\frac{4n}{12} = \frac{n}{3}$ in $\frac{5n}{12}$. Iz drugega razmerja sledi, da je bilo število učencev pri posamezni dejavnosti ob koncu šolskega leta enako $\frac{7n}{18}$, $\frac{n}{3}$ in $\frac{5n}{18}$. Opazimo, da je bilo pri prvi dejavnosti več učencev, pri drugi enako, pri tretji pa manj kot na začetku leta. Torej je bilo v tretji dejavnosti ob koncu šolskega leta 40 učencev manj, zato velja enačba: $\frac{5n}{12} - \frac{5n}{18} = 40$. Rešitev enačbe je $n = 288$. Na šoli je bilo 288 učencev.

Upoštevanje prvega razmerja ter zapis števil učencev po dejavnostih: $\frac{3n}{12} = \frac{n}{4}$, $\frac{4n}{12} = \frac{n}{3}$ in $\frac{5n}{12}$ **3 točke**
Zapis števil učencev po dejavnostih ob koncu leta: $\frac{7n}{18}$, $\frac{n}{3}$ in $\frac{5n}{18}$ **2 točki**
Ugotovitev, da je pri prvi dejavnosti več, pri drugi enako, pri tretji pa manj učencev kot na začetku. **2 točki**
Zapisana enačba za število učencev v tretji dejavnosti: $\frac{5n}{12} - \frac{5n}{18} = 40$ **2 točki**
Rešitev enačbe in odgovor: Na šoli je bilo 288 učencev. **1 točka**

2. Narišimo skico



Iz danih velikosti kotov izračunamo velikost kota $\sphericalangle DSA$, in sicer 120° . Daljici AB in CD sta enako dolgi, saj sta diagonali kvadrata s stranico dolžine 4 cm: $|AB| = |CD| = 4\sqrt{2}$ cm. Trikotnik BCS je enakostraničen, torej velja: $|BC| = 4$ cm. Trikotnik ASD je enakokrak z osnovnico AD , torej ga višina na stranico AD razpolavlja na dva skladna dela. Vsak del je enak polovici enakostraničnega trikotnika z višino enako $\frac{|AD|}{2}$, zato velja $|AD| = \frac{4\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = 4\sqrt{3}$ cm. Obseg štirikotnika $ABCD$ je torej enak: $o = 4\sqrt{2} + 4 + 4\sqrt{2} + 4\sqrt{3} = 4 + 8\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$ cm. Vsota ploščin obeh pravokotnih trikotnikov ABS in CDS je enaka ploščini kvadrata s stranico dolžine 4 cm, torej 16 cm^2 . Ploščina enakostraničnega trikotnika BCS je enaka $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Prav tako je ploščina trikotnika

ASD enaka $4\sqrt{3}$ cm². Ploščina štirikotnika $ABCD$ je zato enaka: $p = 16 + 2 \cdot 4\sqrt{3} = (16 + 8\sqrt{3})$ cm².

Izračunana velikost kota $\sphericalangle DSA: 120^\circ$ 1 točka
 Ugotovitev, da sta daljici AB in CD enako dolgi kot diagonali kvadrata s stranico dolžine 4 cm ter zapisani njuni dolžini: $4\sqrt{2}$ cm. 1 točka
 Sklep: $|BC| = 4$ cm, saj je BC stranica enakostraničnega trikotnika. 1 točka
 Ugotovitev, da višina na stranico AD razpolavlja trikotnik ASD na dva skladna dela, ki sta polovici enakostraničnega trikotnika. 1 točka
 Sklep, za daljico AD velja: $|AD| = \frac{4\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = 4\sqrt{3}$ cm. 1 točka
 Izračunan obseg štirikotnika $ABCD$: $o = 4 + 8\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$ cm. 1 točka
 Ugotovitev, da je vsota ploščin obeh trikotnikov ABS in CDS enaka ploščini kvadrata s stranico dolžine 4 cm, torej 16 cm². 1 točka
 Izračunana ploščina enakostraničnega trikotnika BCS : $4\sqrt{3}$ cm². 1 točka
 Ugotovitev, da je ploščina trikotnika ASD enaka $4\sqrt{3}$ cm². 1 točka
 Izračunana ploščina štirikotnika $ABCD$: $p = 16 + 2 \cdot 4\sqrt{3} = (16 + 8\sqrt{3})$ cm². 1 točka

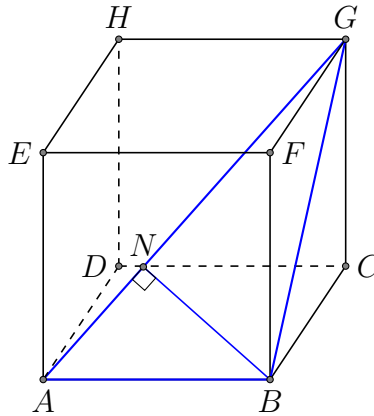
Zadnje štiri alineje v točkovniku imajo alternativno možnost:

Utemeljitev, da je $ABCD$ trapez. 1 točka
 Izračunana višina trapeza $(2 + 2\sqrt{3})$ cm 2 točki
 Izračunana ploščina trapeza 1 točka.

3. Vseh 19 znanih podatkov uredimo po velikosti: 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6. Mediana teh podatkov je vrednost na desetem mestu in je enaka 3. Modus teh podatkov je enak 2. Če bi bil $x \leq 3$, bi bila mediana vseh dvajsetih podatkov še vedno enaka 3, modus pa 2, kar ne ustreza zahtevam naloge. Torej je x lahko enak le 4 ali 5. V obeh primerih je mediana enaka 3.5. Če bi bil $x = 4$, bi imeli podatki dva modusa: 2 in 4, kar ne ustreza pogojem naloge. Edina možnost je, da je $x = 5$, saj je v tem primeru modus enak 2. Izračunamo še aritmetično sredino vseh podatkov. Ta je enaka: $\bar{x} = \frac{2 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 3 \cdot 6}{20} = \frac{70}{20} = 3.5$.

Zapis podatkov po velikosti. 1 točka
 Ugotovitev, da je mediana znanih podatkov enaka 3, modus pa 2. 2 točki
 Sklep, da je $x > 3$, saj bi bila sicer mediana vseh dvajsetih podatkov enaka 3, modus pa 2. 2 točki
 Zapisana mediana v primeru, če je x enak 4 ali 5: $Me = 3.5$ 1 točka
 Ugotovitev, da x ne sme biti enak 4, saj bi sicer nastopila dva modusa. . 1 točka
 Sklep, da je $x = 5$, saj je v tem primeru modus enak 2. 1 točka
 Izračunana aritmetična sredina vseh podatkov: $\bar{x} = 3.5$ 2 točki

4. Narišimo skico



Stranico kocke označimo z a . Presečišče telesne diagonale AG in pravokotnice na njo iz oglišča B pa označimo z N . Iz besedila razberemo, da je dolžina daljice BN enaka 7 cm. Telesna diagonala kocke je dolga $a\sqrt{3}$ cm, ploskovna pa $a\sqrt{2}$ cm. Torej za stranice trikotnika ABG velja: $|AB| = a$, $|BG| = a\sqrt{2}$ in $|AG| = a\sqrt{3}$. Ker je daljica BN višina trikotnika ABG na stranico AG , je njegoa ploščina enaka: $p = \frac{7a\sqrt{3}}{2}$. Vemo, da je trikotnik ABG pravokoten s katetama dolžine a in $a\sqrt{2}$, torej lahko njegovo ploščino zapišemo tudi kot $p = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. Izenačimo oba izraza za ploščino in dobimo: $a = \frac{7\sqrt{6}}{2}$ cm. Površina kocke je enaka $P = 6a^2 = 441$ cm², prostornina pa $V = a^3 = \frac{1029\sqrt{6}}{4}$ cm³.

- Definicija točke N ter zapisana dolžina daljice BN : 7 cm.1 točka**
Ugotovitev dolžin stranic trikotnika ABG : $|AB| = a$, $|BG| = a\sqrt{2}$ in $|AG| = a\sqrt{3}$. 2 točki
Sklep, da je daljica BN višina trikotnika ABG na stranico AG , ter izračunana ploščina: $p = \frac{7a\sqrt{3}}{2}$1 točka
Ugotovitev, da je trikotnik ABG pravokoten s ploščino: $p = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$2 točki
Izračunana dolžina stranice a : $a = \frac{7\sqrt{6}}{2}$ cm.1 točka
Izračunana površina kocke: $P = 6a^2 = 441$ cm².1 točka
Izračunana prostornina kocke ter racionaliziran rezultat: $V = a^3 = \frac{1029\sqrt{6}}{4}$ cm³...2 točki

5. Izračunamo: $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$, $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$, $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$, in $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n \cdot (n+1)}$. Imenovalce dobljenih rezultatov lahko zapišemo kot produkt dveh zaporednih števil. Torej velja: $\frac{1}{2} = \frac{1}{1 \cdot 2}$, $\frac{1}{6} = \frac{1}{2 \cdot 3}$, $\frac{1}{12} = \frac{1}{3 \cdot 4}$ in $\frac{1}{20} = \frac{1}{4 \cdot 5}$, kar je razvidno tudi iz enakosti $\frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$. Vsak člen izraza $\frac{1}{2000 \cdot 2001} + \frac{1}{2001 \cdot 2002} + \frac{1}{2002 \cdot 2003} + \frac{1}{2003 \cdot 2004} + \dots + \frac{1}{2998 \cdot 2999} + \frac{1}{2999 \cdot 3000}$ zamenjamo z razliko dveh ulomkov in dobimo: $\frac{1}{2000} - \frac{1}{2001} + \frac{1}{2001} - \frac{1}{2002} + \frac{1}{2002} - \frac{1}{2003} + \dots + \frac{1}{2998} - \frac{1}{2999} + \frac{1}{2999} - \frac{1}{3000}$. Vsi členi razen prvega in zadnjega se odštejejo in ostane: $\frac{1}{2000} - \frac{1}{3000} = \frac{3-2}{6000} = \frac{1}{6000}$.

- Izračunane vrednosti prvih štirih računov.2 točki**
Vrednost petega izraza: $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n \cdot (n+1)}$2 točki
Uporaba enakosti $\frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ v šestem primeru.2 točki
Ugotovitev, da se vsi členi razen prvega in zadnjega odštejejo.2 točki
Upoštevanje skupnega imenovalca.1 točka
Izračunana vrednost izraza: $\frac{1}{6000}$1 točka