Rešitve za 8. razred

V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkroženi nepravilni odgovor eno točko odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu prizna začetne 4 točke.

1	2	3	4	5	6	7	8
E	D	C	A	D	D	E	A

Utemeljitve:

A1. Zapišemo enačbo $\frac{1}{4} \cdot \sqrt{x} = 2$ in jo preoblikujemo v $\sqrt{x} = 8$. Rešitev enačbe je $x = 64$.

A2. Izračunajmo: $-((-1)^3 - (-(-1)^2)) + (-1)^{2014} - ((-1)^7 - (-1)^8) = -(-1 - (-1)) + 1 - (-1 - 1) = -(-1 + 1) + 1 - (-2) = 3$.

A3. Dolžina stranice DE v trikotniku ADE je enaka $\frac{1}{4}$ dolžine stranice AB v trikotniku ABE. Višini na ti dve stranici sta enaki, torej je ploščina večjega trikotnika enaka štirikratniku ploščine manjšega trikotnika: $4 \cdot 4.5$ cm^2 $= 18$ cm^2.

A4. Razliko razcepimo na prafaktorje $9^{18} - 3^{32} = (3^2)^{18} - 3^{32} = 3^{36} - 3^{32} = 3^{32} \cdot (3^4 - 1) = 80 \cdot 3^{32} = 2^4 \cdot 5 \cdot 3^{32}$. Največji prafaktor razlike je 5.

A5. Iskano število x je v množici rešitev enačbe: $-6 \cdot |\frac{1}{x}| = x - 5$. Izmed naštetih števil enačbi ustreza le število 2.

A6. Kot $\sphericalangle BAE$ meri $\frac{\alpha}{4}$, kot $\sphericalangle EBA = 180° - \alpha$, torej velja $\frac{\alpha}{4} + 180° - \alpha + 54° = 180°$. Kot α meri $72°$.

A7. Na mestu enic ne more biti števka 5, saj mora biti vsota vseh števk enaka 5. Iščemo torej štirimestna števila s števko 0 na mestu enic, vsota preostalih treh števk pa je enaka 5. Iskana števila se lahko začnejo z 1, takih je 5: 1400, 1310, 1220, 1130 in 1040. Lahko se začnejo z 2, taka so 4: 2300, 2210, 2120 in 2030. S 3 se začnejo tri taka števila: 3200, 3110 in 3020. Dve števili se začneta s 4: 4100 in 4010 ter le eno s 5: 5000. Število iskanih števil je 15.

A8. Obe enakosti seštejemo in dobimo $4a + 4b = -8$, torej je $2a + 2b = -4$.

B1. Vsak izmed učencev je pri malici vzel dve ali tri stvari. 80% jih je vzelo sendvič, torej jih 20% ni vzelo sendviča, vzeli pa so sadje in sok. 40% jih ni vzelo sadja, torej so vzeli sendvič in sok. Sendvič in sadje je vzelo 30% učencev, saj jih toliko ni vzelo soka. Natanko dve stvari je vzelo 90% učencev, torej jih je 10% vzelo vse tri stvari. Ker je takih 30, je bilo vseh učencev na malici 300.

Ugotovitev, da je vsak učenec vzel dve ali tri stvari. ....1 točka
Sklep, da je 20% učencev vzelo le sadje in sok. ....2 točki
Sklep, da je 40% učencev vzelo le sendvič in sok ter 30% sendvič in sadje. ....1 točka
Sklep, da je vse tri stvari vzelo 10% učencev.................................1 točka
Vseh učencev na malici je bilo 300. ....1 točka

B2. Izračunamo:

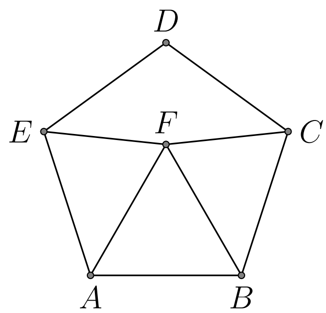
$$(-1)^{33} \cdot \frac{9}{\sqrt{3}} - \sqrt{6^2 - 5^2} + \sqrt{27} - 2014^0 + |3 - \sqrt{11}| =$$

$$= -1 \cdot \frac{9\sqrt{3}}{3} - \sqrt{36 - 25} + 3\sqrt{3} - 1 - 3 + \sqrt{11} =$$

$$= -3\sqrt{3} - \sqrt{11} + 3\sqrt{3} - 4 + \sqrt{11} = -4$$

Pravilno izračunani potenci $(-1)^{33} = -1$ in $2014^0 = 1$. ....1 točka
Racionalizacija imenovalca $\frac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$. ....1 točka
Korenjenje razlike kvadratov $\sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11}$. ....1 točka
Delno korenjenje $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$. ....1 točka
Ugotovitev: $|3 - \sqrt{11}| = -3 + \sqrt{11}$. ....1 točka
Rezultat: -4. ....1 točka

B3. Notranji kot pravilnega petkotnika meri $\frac{(5-2)\cdot 180°}{5} = 108°$, v enakostraničnem trikotniku pa $60°$. Za kota $\sphericalangle FAE$ in $\sphericalangle CBF$ velja $\sphericalangle FAE = \sphericalangle CBF = 108° - 60° = 48°$. Trikotnik AFE je enakokrak z osnovnico EF, saj velja $|AB| = |AE| = |AF|$, torej velja $\sphericalangle FEA = \sphericalangle EFA = \frac{180°-48°}{2} = 66°$. Podobno velja za trikotnik CFB, kjer je osnovnica CF in merita kota $\sphericalangle FCB = \sphericalangle BFC = \frac{180°-48°}{2} = 66°$. Velikost kota $\sphericalangle CFE$ je enaka $360° - 2 \cdot 66° - 60° = 168°$.



Izračun velikosti notranjega kota pravilnega petkotnika: $\frac{(5-2)\cdot 180°}{5} = 108°$. 1 točka
Notranji kot v enakostraničnem trikotniku ABF meri $60°$. ....1 točka
Sklep: $\sphericalangle FAE = \sphericalangle CBF = 108° - 60° = 48°$. ....1 točka
Ugotovitev: trikotnika AFE in CFB sta enakokraka. ....1 točka
Sklep: $\sphericalangle EFA = \sphericalangle BFC = \frac{180°-48°}{2} = 66°$ ....1 točka
Izračun velikosti kota $\sphericalangle CFE = 360° - 2 \cdot 66° - 60° = 168°$. ....1 točka