Rešitve za 9. razred

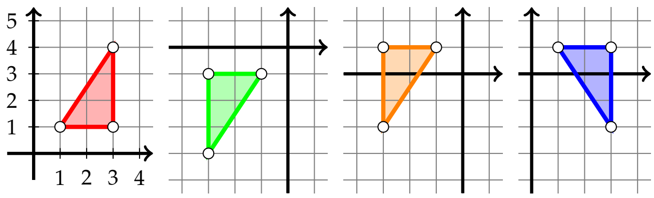
V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkroženi nepravilni odgovor eno točko odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu prizna začetne 4 točke.

1	2	3	4	5	6	7	8
B	B	D	B	D	C	E	B

Utemeljitve:

A1. Ana je prebrala 10% strani knjige, torej mora do $\frac{3}{4}$ knjige prebrati še 65% oziroma 52 strani. Knjiga ima torej 80 strani.

A2. Z vrtenjem danega (rdečega) trikotnika okrog izhodišča za $180°$ dobimo zeleni trikotnik. Ko le tega premaknemo za 2 enoti v smeri y-osi, dobimo oranžni trikotnik, katerega zrcalimo čez ordinatno os. Rešitev je modri trikotnik.



A3. Izpostavimo skupni faktor ter izračunamo: $\sqrt{3333^2+4444^2} = \sqrt{1111^2 \cdot (3^2+4^2)} = 1111\sqrt{9+16} = 5555$.

A4. Enačbo zapišemo kot $3^{x+y} = 3^4$. Torej iz enakosti $x+y=4$, sledi $\frac{x+y}{2} = 2$.

A5. Neenakost ni definirana pri $x = 13$, sicer pa jo lahko preoblikujemo v $|13-x| < 6$. Tej neenakosti zadoščajo vsa cela števila od vključno 8 do vključno 18, teh je 11. Torej prvotno neenakost reši $11-1=10$ celih števil.

A6. Zapišemo Pitagorov izrek za trikotnik AED: $a^2 + (\frac{a}{4})^2 = 68$, kjer je a dolžina stranice kvadrata. Izračunamo $a = 8$ cm in dobimo $|CE| = 6$ cm. Dolžino daljice BE izračunamo s Pitagorovim izrekom v trikotniku BCE: $|BE|^2 = 8^2+6^2 = 100$ torej velja $|BE| = 10$ cm.

A7. Zapišemo razmerje $ab : bc : ac = 15 : 20 : 12$. Iz $ab : bc = 15 : 20$ dobimo $a : c = 15 : 20 = 3 : 4$. Podobno iz $bc : ac = 20 : 12$ sledi $b : a = 20 : 12 = 5 : 3$, iz $ab : ac = 15 : 12$ pa $b : c = 15 : 12 = 5 : 4$. Torej velja $b : a : c = 5 : 3 : 4$.

A8. Izraz preoblikujemo $a(a+2)+c(c-2)-2ac = a^2+2a+c^2-2c-2ac$. Zamenjamo vrstni red členov in dobimo $a^2-2ac+c^2+2a-2c$. Upoštevamo formulo za kvadrat dvočlenika in izpostavimo 2 ter dobimo: $(a-c)^2+2(a-c) = 14^2+2\cdot 14 = 224$.

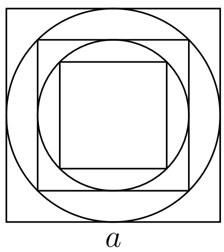
B1. Levo stran enačbe preoblikujemo $\frac{\frac{1}{5}x-3}{4}-\frac{1}{5}=\frac{\frac{x}{5}-\frac{15}{5}}{4}-\frac{1}{5}=\frac{\frac{x-15}{5}}{4}-\frac{1}{5}=\frac{x-15}{20}-\frac{4}{20}=\frac{x-19}{20}$. Preoblikujemo še desno stran $-\frac{2}{3}\left(-3\left(x-\frac{1}{2}\right)\right)-\frac{3}{4}\cdot\frac{3x-2}{5}=2\left(x-\frac{1}{2}\right)-\frac{9x-6}{20}=2x-1-\frac{9x-6}{20}$ in dobimo enačbo: $\frac{x-19}{20}=2x-1-\frac{9x-6}{20}$. Enačbo pomnožimo z 20 in dobimo $x-19=40x-20-9x+6$. Enačbo preuredimo v $x-40x-9x=-20+6+19$ oziroma $-30x=5$. Rešitev je $x=-\frac{1}{6}$.

Odprava dvojnih ulomkov na levi strani enačbe: $\frac{\frac{1}{5}x-3}{4}=\frac{x-15}{20}$. .... 1 točka
Množenje ulomkov na desni strani: $\frac{3}{4}\cdot\frac{3x-2}{5}=\frac{9x-6}{20}$. .... 1 točka
Upoštevanje skupnega imenovalca na levi strani ter odprava oklepajev na desni strani: $\frac{x-19}{20}=2x-1-\frac{9x-6}{20}$. .... 1 točka
Množenje enačbe z 20. .... 1 točka
Ureditev enačbe v $-30x=5$. .... 1 točka
Zapisana rešitev $x=-\frac{1}{6}$. .... 1 točka

B2. Marko je imel x EUR denarja, za nakup kolesa je namenil $\frac{5}{6}x$ evrov. Zaradi 10% popusta je za nakup kolesa porabil le $\frac{5}{6}x-\frac{10}{100}\cdot\frac{5}{6}x=\frac{3}{4}x$ evrov, torej mu je ostala $\frac{1}{4}$ denarja. Od tega je porabil za zračnico 5%, zato mu je ostalo $\frac{1}{4}x-\frac{5}{100}\cdot\frac{1}{4}x=\frac{19}{80}x$ denarja oziroma 76 EUR. Rešitev enačbe $\frac{19}{80}x=76$ je 320. Torej je imel Marko na začetku 320 EUR.

Ugotovitev: Marko je za nakup namenil $\frac{5}{6}x$ prihrankov. .... 1 točka
Sklep: S priznanim popustom je porabil za kolo $\frac{5}{6}x-\frac{10}{100}\cdot\frac{5}{6}x=\frac{3}{4}x$. ...... 1 točka
Sklep: Ostala mu je $\frac{1}{4}$ denarja. .... 1 točka
Izračun ostanka po nakupu zračnice: $\frac{1}{4}x-\frac{5}{100}\cdot\frac{1}{4}x=\frac{19}{80}x$. .... 1 točka
Zapisana enačba: $\frac{19}{80}x=76$. .... 1 točka
Rešitev: $x=320$ EUR. .... 1 točka

B3. Polmer prvega kroga je enak 3 cm, saj se krog dotika kvadrata v razpoloviščih stranic. Diagonala drugega kvadrata je enaka premeru kroga, torej velja $6=a_2\cdot\sqrt{2}$, kjer je a_2 dolžina stranice drugega kvadrata in je enaka $a_2=\frac{6}{\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$ cm. Polmer drugega kroga meri $r_2=\frac{a_2}{2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ cm. Za diagonalo tretjega kvadrata velja $3\sqrt{2}=a_3\sqrt{2}$, kjer je a_3 dolžina stranice najmanjšega kvadrata in meri 3 cm. Razlika ploščin je enaka $\pi {r_2}^2-{a_3}^2=(\frac{9\pi}{2}-9)$ cm^2.



Narisana skica. .... 1 točka
Ugotovitev $r_1=3$ cm. .... 1 točka
Izračunana dolžina stranice drugega kvadrat $a_2=3\sqrt{2}$ cm. .... 1 točka
Ugotovitev $r_2=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ cm in izračunana dolžina stranice najmanjšega kvadrata $a_2=3$ cm. .... 1 točka
Izračunana razlika ploščin: $(\frac{9\pi}{2}-9)$ cm^2. .... 2 točki