49. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Področno tekmovanje, 4. april 2013

Rešitve za 7. razred

V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkroženi nepravilni odgovor eno točko odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu prizna začetne 4 točke.

1	2	3	4	5	6	7	8
D	D	A	C	C	C	A	C

Utemeljitve:

A1. Razlika je 198000 in je deljiva z 2, 3, 5 in 11. Število 7 ne deli te razlike.

A2. »Praštevilo« je zapisano na lističu s številom 4. Napis »liho število« ustreza lističu s številom 2. Listič s številom 13 ima na hrbtni strani napis »večje od 15«. Rešitev je število 19.

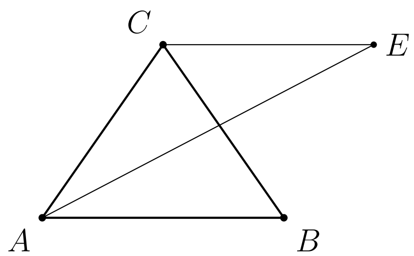
A3. $\frac{3}{5}$ predvidenega časa je 156 minut, $\frac{3}{4}$ pa 195. Razlika je 39 minut.

A4. Čokoladnih in vanilijevih piškotov je $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$. Preostalih $\frac{5}{12}$ je orehovih. Vseh piškotov je $(15 : 5) \cdot 12 = 36$.

A5. Vse ulomke zapišemo z decimalnim zapisom: $\frac{1}{10} = 0.1$, $\frac{1}{5} = 0.2$, $\frac{1}{4} = 0.25$, $\frac{1}{3} = 0.\overline{3}$ in $\frac{1}{2} = 0.5$ ter vidimo, da število 0.2013 leži med $\frac{1}{5}$ in $\frac{1}{4}$.

A6. Dolžina minimalnega ponavljajočega vzorca je 7. Števka 5 stoji na 4. mestu, saj je $2013 = 287 \cdot 7 + 4$. Torej je rešitev z.

A7. Notranji kot ob osnovnici $\sphericalangle BAC$ meri $(180° - 70°) : 2 = 55°$, zato kot $\sphericalangle EAC$ meri $27.5°$, kjer je točka E presečišče obeh simetral. Zunanji kot ob vrhu meri $110°$. Torej kot $\sphericalangle ACE$ meri $70° + 55° = 125°$. Kot $\sphericalangle CEA$ meri $180° - 125° - 27.5° = 27.5°$.



A8. Produkt treh različnih praštevil je enak $p \cdot q \cdot r$. Štiri sestavljena števila, ki delijo ta produkt so: $p \cdot q$, $p \cdot r$, $q \cdot r$ in $p \cdot q \cdot r$

B1.

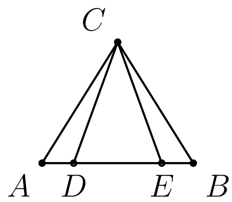
$$\frac{2\frac{1}{5}}{1+\frac{2}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}}+4\frac{1}{2}\cdot\left(\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{1}{6}-\frac{1}{9}:4\right)=\frac{\frac{11}{5}}{1+\frac{2}{1+\frac{1}{\frac{3}{2}}}}+\frac{9}{2}\cdot\left(\left(\frac{3}{6}+\frac{2}{6}\right)\cdot\frac{1}{6}-\frac{1}{36}\right)=$$

$$=\frac{\frac{11}{5}}{1+\frac{2}{1+\frac{2}{3}}}+\frac{9}{2}\cdot\left(\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6}-\frac{1}{36}\right)=\frac{\frac{11}{5}}{1+\frac{2}{\frac{5}{3}}}+\frac{9}{2}\cdot\left(\frac{5}{36}-\frac{1}{36}\right)=\frac{\frac{11}{5}}{1+\frac{6}{5}}+\frac{9}{2}\cdot\frac{1}{9}=$$

$$=\frac{\frac{11}{5}}{\frac{11}{5}}+\frac{1}{2}=1+\frac{1}{2}=1\frac{1}{2}$$

Izračunan imenovalec ulomka v imenovalcu prvega člena $\frac{5}{3}$ **.............. 1 točka**
Izračunan imenovalec prvega člena $\frac{11}{5}$ **.............................. 1 točka**
Vrednost prvega ulomka 1 **.............................. 1 točka**
Izračunana vrednost v oklepaju drugega člena $\frac{1}{9}$ **.............................. 1 točka**
Vrednost drugega šlena $\frac{1}{2}$ **.............................. 1 točka**
Rezultat: $1\frac{1}{2}$ **.............................. 1 točka**

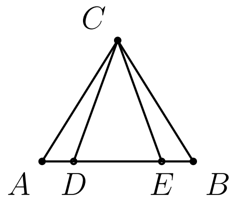
B2. 1. način



V enakokrakem trikotniku ABC merijo koti $\alpha=\beta=52°$ in $\gamma=180°-2\cdot 52°=76°$. Kot $\sphericalangle ECB$ meri $\gamma-58°=18°$. Trikotnika ADC in BEC sta skladna, zato tudi kot $\sphericalangle ACD$ meri $18°$. Torej kot $\sphericalangle DCE$ meri $58°-18°=40°$. Od tod izračunamo še kota ob osnovnici DE, ki merita $(180°-40°):2=70°$.

Upoštevanje $\gamma=180°-2\cdot\alpha$ **.............................. 1 točka**
Izračunan kot $\gamma=76°$ **.............................. 1 točka**
Ugotovitev, da kot $\sphericalangle ECB$ **meri** $18°$ **.............................. 1 točka**
Sklep, da je $\sphericalangle ACD=\sphericalangle BCE$ **ter izračunan kot** $\sphericalangle DCE=40°$ **.............. 2 točki**
Izračunana kota $\sphericalangle EDC=\sphericalangle CED=70°$ **.............................. 1 točka**

2. način



V enakokrakem trikotniku ABC merijo koti $\alpha=\beta=52°$ in $\gamma=180°-2\cdot 52°=76°$. Kot $\sphericalangle ECB$ meri $\gamma-58°=18°$. Kot $\sphericalangle DEC$ meri $52°+18°=70°$, prav toliko meri tudi kot $\sphericalangle EDC$. Izračunamo še kot $\sphericalangle DCE=180°-2\cdot 70°=40°$.

Upoštevanje $\gamma=180°-2\cdot\alpha$ **.............................. 1 točka**
Izračunan kot $\gamma=76°$ **.............................. 1 točka**
Ugotovitev, da kot $\sphericalangle ECB$ **meri** $18°$ **.............................. 1 točka**
Izračunan kot $\sphericalangle DEC=70°$ **.............................. 1 točka**
Upoštevanje $\sphericalangle EDC=\sphericalangle DEC=70°$ **.............................. 1 točka**
Izračunan kot $\sphericalangle DCE=40°$ **.............................. 1 točka**

B3. Število a povečamo za četrtino a in dobimo $\frac{5a}{4}$. Novo število povečamo za petino ter dobimo število $\frac{5a}{4}\cdot\frac{6}{5}=\frac{6a}{4}=\frac{3a}{2}$. Povečamo ga še za šestino in dobimo $\frac{3a}{2}\cdot\frac{7}{6}=\frac{7a}{4}$.

Razlika med zadnjim dobljenim številom in številom a je $\frac{3a}{4}$ in je enaka 111. Torej je prvotno število enako $(111 : 3) \cdot 4 = 148$.

Povečano število za četrtino je enako $\frac{5a}{4}$ .... 1 točka
Novo število povečano za petino je enako $\frac{6a}{4} = \frac{3a}{2}$ .... 1 točka
Novo število povečano za šestino je enako $\frac{7a}{4}$ .... 1 točka
Ugotovitev, da je končno število za $\frac{3a}{4}$ večje od prvotnega .... 2 točki
Izračunano prvotno število 148. .... 1 točka