Rešitve za 9. razred

V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkroženi nepravilni odgovor eno točko odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu prizna začetne 4 točke.

1	2	3	4	5	6	7	8
C	D	C	E	B	E	D	C

Utemeljitve:

A1. Enačbo reši število 3: $\frac{3}{1-\frac{2}{3}} = \frac{3}{\frac{1}{3}} = 3 \cdot 3$

A2. Izpostavimo in izračunamo: $\frac{6^{23}-6^{22}+6^{21}-6^{20}}{2^{23}-2^{22}+2^{21}-2^{20}} = \frac{6^{20}(6^3-6^2+6-1)}{2^{20}(2^3-2^2+2-1)} = 37 \cdot 3^{20}$

A3. Izračunajmo stranico kvadrata: $\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}+1$ cm. Ploščina meri: $(1+\sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2}$ cm^2.

A4. Izračunajmo: $2 \otimes 1 = 2^2 - 3 \cdot 2 \cdot 1 = -2$, $1 \otimes 2 = 1^2 - 3 \cdot 1 \cdot 2 = -5$, $(-2) \otimes (-5) = (-2)^2 - 3 \cdot (-2) \cdot (-5) = -26$

A5. Stranica enakostraničnega trikotnika je enaka $2a$, šestkotnika pa a. Ploščina trikotnika je enaka $\frac{4a^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$, ploščina šestkotnika pa $6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$. Razmerje ploščin je enako $1 : 1.5$.

A6. Masa ostalih snovi v svežem deblu je 40% od 600 kg $= 240$ kg, ki pa v sušenem deblu predstavljajo 96% celotne teže. Sušeno deblo tehta $240 : 0.96 = 250$ kg.

A7. Lik 1 in Lik 2 sta skladna, ker sta oba sestavljena iz 4 skladnih delov. Lik 3 je četrtina Lika 1 povečana v razmerju $1 : 2$. Njegova ploščina je 4-krat večja od četrtine Lika 1, torej je enaka ploščini Lika 1 (ali Lika 2).

A8. Povprečna vrednost preostalih petih števil je $2013 : 5 = 402.6$. Če bi izbrisali najmanjše oz. največje število, bi bila povprečna vrednost enaka srednjemu številu. Sklepamo, da so tri števila večja od 402, dve pa sta manjši. Torej velja $2013 = 400 + 401 + 403 + 404 + 405$. Vsota števk izbrisanega števila je enaka 6.

B1. 1. način (uporaba linearne funkcije)

Št. minut pogovora	Skupen znesek (poraba in naročnina) v EUR
10	13.20
18	14.16

$x \ldots$ število minut pogovora
$y \ldots$ skupen znesek z naročnino vred
$k \ldots$ cena minute pogovora
$n \ldots$ višina naročnine
$k = \frac{14.16-13.20}{18-10} = \frac{0.96}{8} = 0.12$ EUR/min

Iz enačbe za skupen znesek $y = 0.12x + n$ izračunamo višino naročnine $n = 13.20 - 0.12 \cdot 10 = 12$ EUR, s 50% popustom 6 EUR

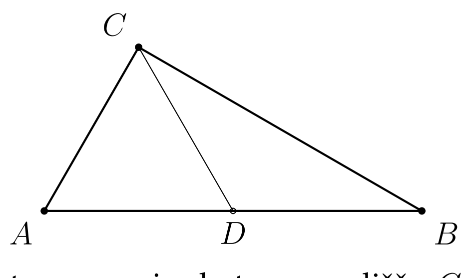
Manca je plačala $0.12 \cdot 60 + 6 = 13.20$ EUR.

Izračunana cena minute pogovora 0.12 **EUR/min .... 2 točki**
Zapisana zveza za višino skupnega zneska .... 1 točka
Izračunan znesek naročnine 12 **EUR oziroma** 6 **EUR .... 2 točki**
Odgovor: Manca je plačala 13.20 **EUR ....1 točka**

2. način (sistem dveh enačb)
$x \ldots$ cena minute pogovora
$y \ldots$ višina naročnine
Zapišemo enačbi: $13.20 = 10x + y$ in $14.16 = 18x + y$. Enačbi odštejemo in dobimo $8x = 0.96$. Cena minute pogovora je enaka $x = \frac{0.96}{8} = 0.12$ EUR. Višina naročnine je enaka $y = 13.20 - 0.12 \cdot 10 = 12$ EUR, s 50% popustom 6 EUR. Manca je plačala $0.12 \cdot 60 + 6 = 13.20$ EUR.

Zapisani obe enačbi $13.20 = 10x + y$ **in** $14.16 = 18x + y$ **.................... 2 točki**
Izračunana cene minute pogovora 0.12 **EUR/min ....1 točkai**
Izračunan znesek naročnine 12 **EUR oziroma** 6 **EUR .... 2 točki**
Odgovor: Manca je plačala 13.20 **EUR ....1 točka**

B2. Stranica c meri 10 cm, saj je trikotnik ADC enakokrak z osnovnico AC in je dolžina AD enaka dolžini DC. Trikotnik ADC je celo enakostraničen, saj je enakokrak z enim kotom $60°$. Torej je dolžina stranice $b = 5$ cm. Kot $\sphericalangle BDA$ meri $180° - 60° = 120°$. Upoštevamo, da je trikotnik BDC enakokrak z osnovnico BC in izračunamo $\beta = 30°$. Od tod sledi, da je trikotnik ABC pravokoten s pravim kotom v oglišču C. Po Pitagorovem izreku izračunamo $a = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}$ cm.



Ugotovitev: $|AD| = |DC|$ **ter izračunana stranica** $c = 10$ **cm ....1 točka**
Ugotovitev, da je trikotnik ADC **enakostraničen ....1 točka**
Sklep: Stranica b **meri** 5 **cm .... 1 točka**

Ugotovitev, da je trikotnik ABC pravokoten .... 2 točki
Izračunana stranica $a = 5\sqrt{3}$ cm .... 1 točka

B3. Enačbo preoblikujemo v $|x^2 - 13| = \frac{27}{4}$. Leva stran enačbe je lahko enaka $\frac{27}{4}$ ali $-\frac{27}{4}$. Ob upoštevanju pozitivne vrednosti dobimo $x^2 = \frac{79}{4}$. Rešitvi sta $x = \pm\frac{\sqrt{79}}{2}$. Če upoštevamo negativno vrednost, dobimo $x^2 = \frac{25}{4}$. Rešitvi sta $x = \pm\frac{5}{2} = \pm 2.5$.

Poenostavitev enačbe $|x^2 - 13| = \frac{27}{4}$ .... 1 točka
Odprava absolutne vrednosti in upoštevanje $x^2 - 13 = \frac{27}{4}$ .... 1 točka
Izračunani prvi dve rešitvi $x = \pm\frac{\sqrt{79}}{2}$ .... 2 točki*
Upoštevanje negativne vrednosti $x^2 - 13 = -\frac{27}{4}$ .... 1 točka
Izračunani drugi dve rešitv $x = \pm\frac{5}{2} = \pm 2.5$ .... 1 točka*

Opomba: Če tekmovalec poda samo pozitivni rešitvi, dobi največ 5 točk.