

Rešitve za 7. razred

1. Če je število deljivo z 9, je vsota njegovih števk deljiva z 9. Vsota števk števila $72xy1$ je $10 + x + y$, kar pomeni, da mora biti $x + y = 8$ ali $x + y = 17$. Ker sta x in y različni števki, dobimo v prvem primeru števila: 72081, 72171, 72261, 72351, 72531, 72621, 72711 in 72801, v drugem pa števili: 72891 in 72981.

Zapis ali uporaba kriterija za deljivost z 9	1 točka
Ugotovitev, da je $x + y = 8$	2 točki
Zapis vseh osmih možnosti (72081, 72171, 72261, 72351, 72531, 72621, 72711 in 72801).	4 točke*
Ugotovitev, da je $x + y = 17$	2 točki
Zapisani preostali števili 72891 in 72981	1 točka

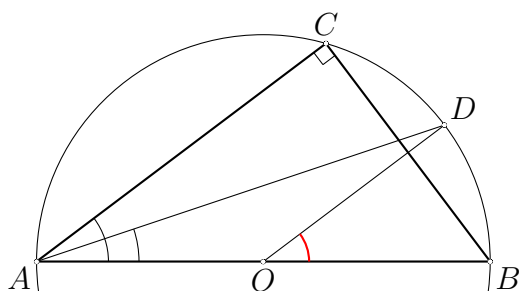
*Opomba: Za vsaki dve števili dobi 1 točko, za napačno možnost se točka odšteje.

2. Največ kovancev bo Peter potreboval, če bo plačal s po enim z vrednostjo 31, 19 in 3 enot, preostanek pa s kovanci z vrednostjo ene denarne enote. Teh bo potem: $1239 - 31 - 19 - 3 = 1186$. V tem primeru bo Peter potreboval 1189 kovancev.

Najmanj kovancev potrebuje v primeru, če bo vzel največ tistih z največjo nominalno vrednostjo. Ker mora porabiti po vsaj en kovanec vsake vrednosti, bo za plačilo $31 + 19 + 3 + 1 = 54$ enot porabil 4 kovance. Torej mora preostalih $1239 - 54 = 1185$ enot plačati s čim manj kovanci. Ker je $1185 = 38 \cdot 31 + 7$, potrebuje več kot 38 kovancev. Pokažimo, da 39 kovancev zadošča. Če uporabi 38 kovancev po 31 enot, preostalih 7 enot ne more plačati z enim kovancem. Če pa uporabi 37 kovancev po 31 enot, lahko preostalih $1185 - 37 \cdot 31 = 38$ enot plača z dvema kovancema po 19 enot. Torej mora uporabiti vsaj $4 + 39 = 43$ kovancev,

Ugotovitev, da je potrebno imeti kar največ kovancev za 1 enoto	2 točki
Izračun največjega števila kovancev 1189	2 točki
Zapis števila 1239 z maksimalnim številom kovancev za 31 enot: $1239 = 39 \cdot 31 + 1 \cdot 19 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 1$	2 točki
Ugotovitev, da to ni najmanjše število in da lahko zapišemo $1239 = 38 \cdot 31 + 3 \cdot 19 + 3 + 1$	3 točke
Najmanjše število kovancev je 43	1 točka

3. Ker O leži na razpolovišču hipotenuze, je trikotnik AOD enakokrak z dvema polmeroma za kraka. Kot ob osnovnici trikotnika OAD meri polovico kota BAC , torej 18.5° . Kot ob vrhu O pa potem $180^\circ - 2 \cdot 18.5^\circ = 143^\circ$. Iskani kot je njegov sokot in meri 37° .



- Skica z označenim središčem očrtane krožnice (O), narisano simetralo in presečiščem simetrale in krožnice (D). 2 točki
 Ugotovitev, da je trikotnik AOD enakokrak 2 točki
 Izračun kota ob osnovnici 18.5° 2 točki
 Izračun kota ob vrhu 143° 2 točki
 Izračun iskanega kota $\sphericalangle DOB = 37^\circ$ 2 točki

Opomba: Tekmovalec lahko zapiše vse vmesne kote z oznakami (npr. α , $180^\circ - \alpha$) in eksplicitno zapiše samo velikost iskanega kota in dobi vse točke. Rešitev, dobljena z merjenjem, je neveljavna in dobi tekmovalec največ 2 točki za skico.

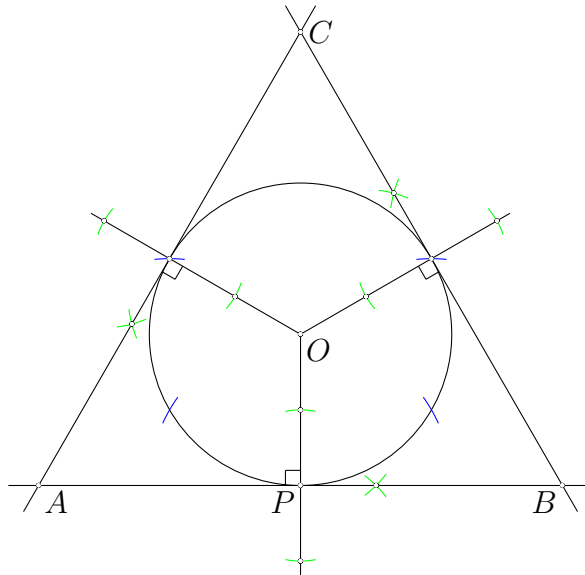
Tekmovalec lahko pride do rešitve tudi z upoštevanjem, da se simetrali kota BAC in stranice BC sekata v točki D . Če tega ne utemelji, dobi največ 8 točk. Če manjka tudi utemeljitev zakaj sta OD in AC vzporedni, pa prejme največ 6 točk.

4. Recimo, da so pred znižanjem prodali x izdelkov. Izkupiček je bil tako $48x$. Po znižanju se je število prodanih izdelkov povečalo za pol in so prodali $\frac{3x}{2}$ izdelkov. Izkupiček pa se je povečal za $\frac{1}{4}$ in je znašal $48x + \frac{1}{4} \cdot 48x = \frac{5}{4} \cdot 48x = 60x$. Novo ceno dobimo, če nov izkupiček delimo s številom prodanih izdelkov $\frac{60x}{\frac{3x}{2}} = 40$ EUR.

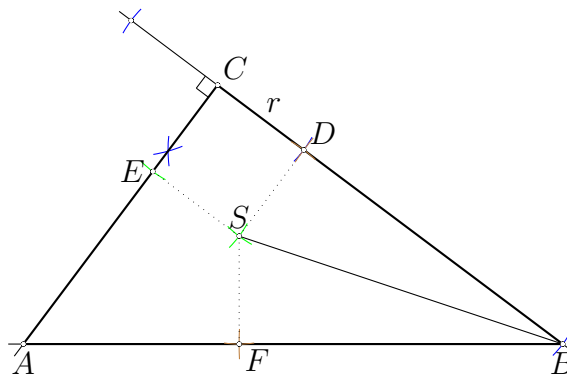
Opomba: Ker je se število prodanih izdelkov povečalo, je $\frac{3x}{2} > x$, kar pomeni, da je $x > 0$. Torej je v gornji enačbi res dovoljeno deliti z $\frac{3x}{2}$.

- Zapis izkupička pred znižanjem $48x$ 1 točka
 Število prodanih izdelkov po znižanju $\frac{3x}{2}$ 2 točki
 Nov izkupiček $48x + \frac{1}{4} \cdot 48x = \frac{5}{4} \cdot 48x = 60x$ 1 + 1 + 1 točka
 Uporaba deljenja izkupička s številom izdelkov 2 točki
 Rezultat: 40 EUR 2 točki

5. a) V enakostraničnem trikotniku dotikališča stranic razdelijo včrtano krožnico na tri enake dele. Načrtamo krožnico s polmerom 2 cm in jo s tremi točkami razdelimo na enake dele. V vsaki od dobljenih točk konstruiramo tangento na krožnico. Presečišča tangents so oglišča trikotnika.



- b) Če v pravokotnem trikotniku narišemo polmere od središča do vseh dotikališč, dobimo kvadrat s stranico r in še dva štirikotnika, ki ju sestavljata skladna trikotnika. Najprej torej načrtamo pravi kot pri oglišču C in kvadrat, ki nam da središče včrtanega kroga. Odmerimo stranico BC in dobimo oglišče B . Točko D , ki predstavlja oglišče kvadrata, sedaj prezrcalimo čez daljico BS in dobimo točko F – dotikališče krožnice in hipotenuze. Daljico BF še podaljšamo, da seka drugi krak pravega kota in dobimo oglišče A .



- a) Narisana krožnica in razdeljena na tri enake dele 1 točka
 Načrtana ena tangenta pravokotno na polmer 1 točka
 Konstrukcija ostalih dveh stranic 1 točka
 Opis konstrukcije 1 točka
- b) Skica, iz katere je viden vsaj en pravokoten polmer na stranico 1 točka
 Narisan kvadrat s stranico 2 cm in označeno središče včrtanega kroga .. 1 točka
 Zrcaljenje dotikališča D čez SB v F 1 točka
 Podaljšanje BF , da dobimo A 1 točka
 Opis konstrukcije 2 točki