Rešitve za 8. razred

1. Računajmo:

$$\left(\sqrt{3}^2+\sqrt{392}\cdot\frac{\sqrt{13^2+12^2}\cdot(2^2+2^1-2^0)\cdot\sqrt{1\frac{9}{16}}}{-\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{8}:\frac{1}{2^3}\right)}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\right):\sqrt{\frac{1}{\sqrt{256}}}=$$

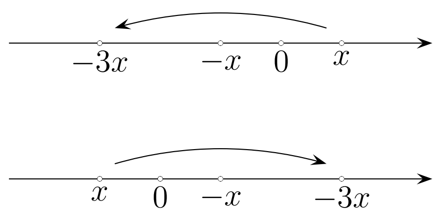
$$=\left(3+\sqrt{196\cdot 2}\cdot\frac{\sqrt{169+144}\cdot(4+2-1)\cdot\sqrt{\frac{25}{16}}}{-\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{8}:\frac{1}{8}\right)}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\right):\sqrt{\frac{1}{16}}=$$

$$=\left(3+14\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{313}\cdot 5\cdot\frac{5}{4}}{-\left(\frac{1}{8}-1\right)}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\right):\frac{1}{4}=\left(3+14\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{313}\cdot 5\cdot\frac{5}{4}}{\frac{7}{8}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\cdot 4=$$

$$=\left(3+\frac{14\sqrt{2}\cdot\sqrt{313}\cdot 5\cdot 5\cdot 8}{7\cdot 4\cdot\sqrt{2}}\right)\cdot 4=(3+100\sqrt{313})\cdot 4=12+400\sqrt{313}.$$

Kvadriranje $\sqrt{3}^2=3$ .... **1 točka**
Delno korenjenje $\sqrt{392}=14\sqrt{2}$ .... **1 točka**
Vsota potenc $2^2+2^1-2^0=5$ .... **1 točka**
Korenjenje ulomka $\sqrt{1\frac{9}{16}}=\frac{5}{4}$ .... **1 točka**
Upoštevan vrstni red operacij in nasprotna vrednost $-\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{8}:\frac{1}{2^3}\right)=\frac{7}{8}$ ... **2 točki**
Dvakratno korenjenje $\sqrt{\frac{1}{\sqrt{256}}}=\frac{1}{4}$ .... **1 točka**
Krajšanje s $\sqrt{2}$ **ali racionalizacija in množenje** .... **1 točka**
Poenostavitev ulomka ($100\sqrt{313}$**)** .... **1 točka**
Rezultat: $12+400\sqrt{313}$ .... **1 točka**

2. Če število prezrcalimo preko njegove nasprotne vrednosti, se pomnoži z -3. Ko postopek izvršimo štirikrat, iz a_1 dobimo a_5. Tako velja $a_5=a_1\cdot(-3)^4$. Torej je $-97\frac{1}{5}=81a_1$ in $a_1=-\frac{6}{5}$.

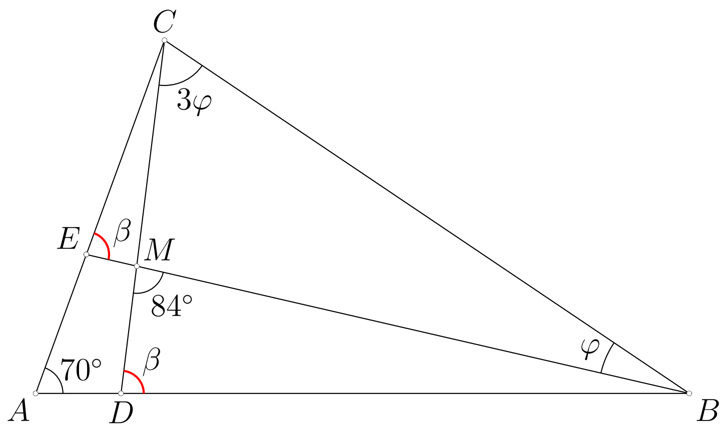


Ugotovitev, da je $a_2=-3a_1$ .... **3 točke**
Zapis $a_5=(-3)^4\cdot a_1$ .... **3 točke**
(Tekmovalec lahko zapiše vsak naslednji člen s prejšnjim in za vsakega prejme točko.)
Enačba: $-\frac{486}{5}=81a_1$ .... **2 točki**
Izračun $a_1=-\frac{6}{5}$ .... **2 točki**

3. Na tekmo se lahko pelje največ 6 tekmovalcev, saj je največja razlika med dvema zaporednima prašteviloma med 2 in 54 enaka 6. Tekmovalca ne moreta biti dva, ker bi bila vsota števil njunih sedežev liha. V primeru treh tekmovalcev je vsota treh zaporednih števil $n+n+1+n+2=3n+3=54$ in je potem $n=17$. Trije sedeži bi bili označeni s števili 17, 18, 19, kar ni ustrezna rešitev, saj sta 17 in 19 praštevili. V primeru, da bi se peljali na tekmo štirje tekmovalci, bi bila vsota zaporednih naravnih števil na sedežih $n+n+1+n+2+n+3=4n+6$. Tako bi bilo $4n=48$ in $n=12$. Tekmovalci bi sedeli na sedežih 12, 13, 14, 15, kar ustreza pogoju, saj je samo 13 praštevilo. V primeru petih tekmovalcev je vsota števil na sedežih enaka $5n+10$ in je deljiva s 5, zato ne more biti 54. V zadnjem možnem primeru dobimo vsoto $6n+15=54$ in $6n=39$, ta enačba nima rešitve v naravnih številih. Edina možna rešitev je, da se na tekmo peljejo 4 tekmovalci.

Ugotovitev, da je lahko tekmovalcev največ 6 **. . . . . 1 točka**
Izključitev možnosti dveh tekmovalcev. . . . . 1 točka
Zapisna vsota števil sedežev v primeru treh tekmovalcev: $3n+3$ **. . . . . 1 točka**
Izračunana števila sedežev 17**,** 18**,** 19 **. . . . . 1 točka**
Izključitev te možnosti zaradi dveh praštevil . . . . 1 točka
Zapis vsote za štiri tekmovalce: $4n+6$ **. . . . . 1 točka**
Izračunana števila sedežev in potrditev rešitve: 12**,** 13**,** 14**,** 15 **. . . . . 2 točki**
Izključitev možnosti petih tekmovalcev $5n+10\neq 54$ **. . . . . 1 točka**
Izključitev možnosti šestih tekmovalcev $6n+15\neq 54$ **. . . . . 1 točka**

4. Kot $\sphericalangle DMB=84^\circ$ je zunanji kot trikotnika BCM. Označimo $\varphi=\sphericalangle CBE$. Potem je $\varphi+3\varphi=84^\circ$ in $\varphi=21^\circ$. V štirikotniku $ADME$ sta notranja kota pri A in M enaka 70° in 96° (sokot $\sphericalangle DMB$), kota pri D in E pa sta skladna, saj sta sokota skladnima kotoma $\sphericalangle BDC=\sphericalangle BEC=\beta$. Vsak od njiju meri potem $\frac{1}{2}(360^\circ-70^\circ-96^\circ)=97^\circ$. Torej $\beta=180^\circ-97^\circ=83^\circ$. Kota $\sphericalangle EBA$ in $\sphericalangle ACD$ sta tudi skladna, zato lahko izračunamo $\sphericalangle MBD=180^\circ-83^\circ-84^\circ=13^\circ$. Notranji kot trikotnika ABC z vrhom v B meri $\varphi+13^\circ=34^\circ$, notranji kot z vrhom v C pa $3\varphi+13^\circ=76^\circ$. Koti v trikotniku ABC so 70°, 34° in 76°.



Skica z označenimi skladnimi koti . . . . 1 točka
Ugotovitev ali upoštevanje, da je kot $\sphericalangle BMD=84^\circ$ **zunanji kot trikotnika** BCM**.**

1 točka
Izračun $\varphi = 21°$ .... **1 točka**
Ugotovitev, da sta dva kota v štirikotniku $ADME$ **skladna** .... **1 točka**
Izračun teh kotov $97°$ .... **1 točka**
Izračun $\beta = 83°$ .... **1 točka**
Izračun kotov $\sphericalangle ABE = \sphericalangle ACD = 13°$ .... **1 točka**
Zapisana ali upoštevana zveza notranji kot trikotnika ABC **z vrhom v** B**:** $\varphi + 13°$
1 točka
Zveza za notranji kot z vrhom v C**:** $3\varphi + 13°$ .... **1 točka**
Odgovor: Koti v trikotniku ABC **so** $70°$**,** $34°$ **in** $76°$ .... **1 točka**

5. Aleš plača $\frac{1}{2}$ kupnine. Aleš, Cene in Drago so plačali skupaj trikrat toliko kot Bojan, torej je Bojan plačal $\frac{1}{4}$ kupnine. Aleš, Bojan in Drago so plačali skupaj štirikrat toliko kot Cene, torej je Cene plačal $\frac{1}{5}$ kupnine. Skupni delež Aleša, Bojana in Ceneta je $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{19}{20}$. Za Draga ostane $\frac{1}{20}$ kupnine. 2000 EUR je $\frac{1}{20}$ cene gozda, gozd pa zato stane 40000 EUR.

Ugotovitev, da plača Bojan $\frac{1}{4}$ **zneska** .... **3 točke**
Ugotovitev, da plača Cene $\frac{1}{5}$ **zneska** .... **3 točke**
Izračun deleža prvih treh $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{19}{20}$ .... **2 točki**
Izračunan delež Draga $\frac{1}{20}$ .... **1 točka**
Izračunana cena gozda 40000 **EUR** .... **1 točka**