Rešitve za 9. razred

1. Računajmo:

$$\left(\sqrt{4375}\cdot\frac{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\cdot\sqrt{(169-144)\cdot 3}\cdot(5-2\sqrt{6})}{-\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{8}:\frac{1}{2^3}\right)}\cdot\sqrt{21}+2^1+2^0\right):\sqrt[4]{\frac{1}{256}}=$$

$$=\left(\sqrt{625\cdot 7}\cdot\frac{\left(\frac{1}{2}+\frac{2\sqrt{6}}{6}+\frac{1}{3}\right)\cdot 5\sqrt{3}\cdot(5-2\sqrt{6})}{-\left(\frac{1}{8}-1\right)}\cdot\sqrt{21}+3\right):\frac{1}{4}=$$

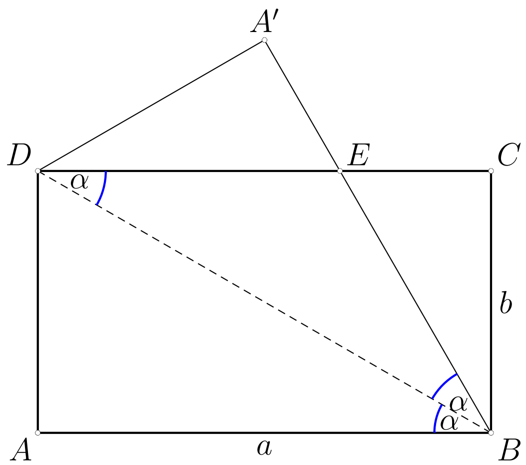
$$=\left(25\sqrt{7}\cdot\frac{\frac{5+2\sqrt{6}}{6}\cdot 5\sqrt{3}\cdot(5-2\sqrt{6})}{\frac{7}{8}}\cdot\sqrt{7\cdot 3}+3\right)\cdot 4=$$

$$=\left(\frac{25\sqrt{7}\cdot(5+2\sqrt{6})\cdot 5\sqrt{3}\cdot(5-2\sqrt{6})\cdot 8\cdot\sqrt{7}\cdot\sqrt{3}}{7\cdot 6}+3\right)\cdot 4=$$

$$=\left(\frac{25\cdot 7\cdot(25-4\cdot 6)\cdot 5\cdot 3\cdot 8}{7\cdot 6}+3\right)\cdot 4=(500+3)\cdot 4=2012$$

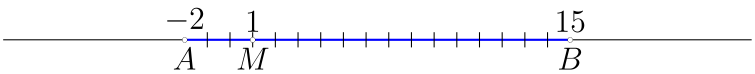
Delno korenjenje $\sqrt{4375}=25\sqrt{7}$ .... **1 točka**
Kvadrat dvočlenika $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2=\frac{5+2\sqrt{6}}{6}$ .... **1 točka**
Korenjenje $\sqrt{(169-144)\cdot 3}=5\sqrt{3}$ .... **1 točka**
Produkt $(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})=1$ .... **1 točka**
Izračun imenovalca $-\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{8}:\frac{1}{2^3}\right)=\frac{7}{8}$ .... **1 točka**
Okrajšan ulomek 500 .... **2 točki**
Izračunana vsota $500+2^1+2^0=503$ .... **1 točka**
Izračunan četrti koren $\sqrt[4]{\frac{1}{256}}=\frac{1}{4}$ .... **1 točka**
Rezultat: 2012 .... **1 točka**

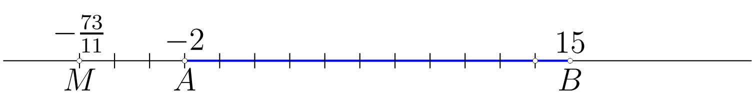
2. Ploščina pravokotnika $ABCD$ je enaka ab, ploščina trikotnika BCE pa $\frac{ab}{6} = \frac{|EC|\cdot b}{2}$, torej je $|EC| = \frac{a}{3} = \frac{8}{3}$ cm. Kota $\sphericalangle DBA$ in $\sphericalangle BDC$ sta skladna, saj imata vzporedne krake (izmenična kota), prav tako je s tema kotoma (na sliki označena z α) skladen kot $\sphericalangle EBD$ in potemtakem je trikotnik DBE enakokrak. Zato je $|BE| = |DE| = \frac{2a}{3} = \frac{16}{3}$ cm. Torej je $|BE| = 2|EC|$ in trikotnik CEB je polovica enakostraničnega trikotnika. Sledi $\sphericalangle CBE = 30°$. Torej je $\sphericalangle DBA = 30°$ in je tudi trikotnik ABD polovica enakostraničnega trikotnika z višino $a = 8$ cm. Če označimo $d = |BD|$, mora zato veljati $8 = \frac{d\sqrt{3}}{2}$, kar nam da $d = \frac{16\sqrt{3}}{3}$.



Zapis ploščine trikotnika BCE je $\frac{|EC|\cdot b}{2}$ .... **1 točka**
Izenačitev z eno šestino ploščine pravokotnika .... **1 točka**
Izračun $|EC| = \frac{8}{3}$ cm .... **1 točka**
Utemeljitev, da je EBD enakokrak trikotnik .... **2 točki**
Izračun $|BE| = \frac{16}{3}$ cm .... **1 točka**
Ugotovitev, da je trikotnik ECB polovica enakostraničnega trikotnika ... **1 točka**
Zapis velikosti kota $\sphericalangle CBE = 30°$ .... **1 točka**
Zapis diagonale z višino (a), npr. $a = \frac{d\sqrt{3}}{2}$ .... **1 točka**
Izračun diagonale $d = \frac{16\sqrt{3}}{3}$ .... **1 točka**

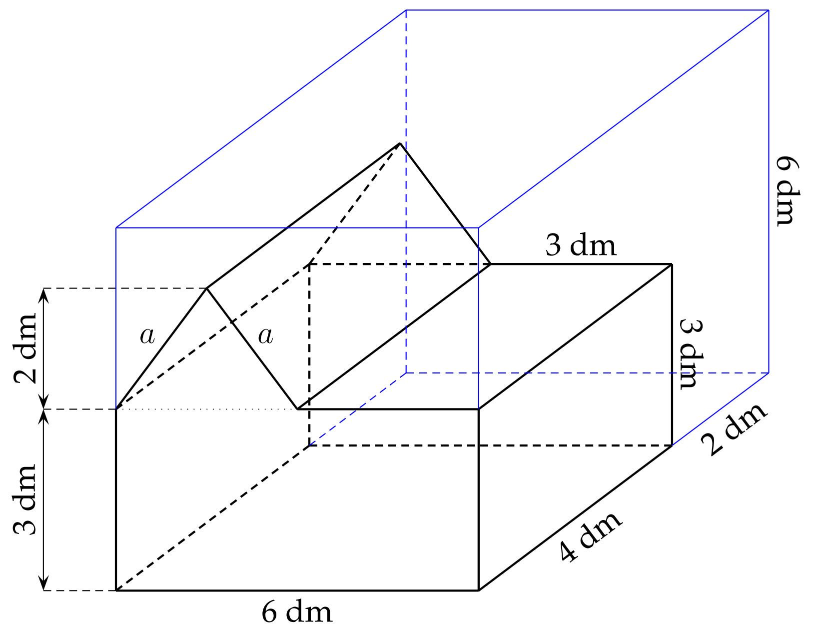
3. Točka M lahko leži na številski premici med točkama A in B, ali pa levo od A. V prvem primeru razdaljo med A in B (17 enot) razdelimo na $|AM| + |MB| = 3k + 14k = 17k = 17$. Zato je $k = 1$ in $|AM| = 3$. Koordinata točke M je 1, $M(1)$. Če točka M leži levo od točke A, je $|BM| = |AB| + |AM| = 17 + 3k = 14k$. Zato je $k = \frac{17}{11}$ in $|AM| = 4\frac{7}{11}$. Koordinata točke $M(-6\frac{7}{11})$.





Zapis $|AB| = 17$ **.. 1 točka**
Vsota razdalj $|AM| + |MB| = 17$ **.. 1 točka**
Upoštevanje razmerja razdalj: $3k + 14k = 17$ **.............................. 1 točka**
Izračunan $k = 1$ **.. 1 točka**
Možna koordinata $M(1)$ **.. 1 točka**
Upoštevanje, da M **lahko leži levo od** A **(lahko slika) .... 1 točka**
Zapis vsote razdalj: $|AM| + |AB| = |BM|$ **................................ 1 točka**
Upoštevanje razmerja: $3k + 17 = 14k$ **...................................... 1 točka**
Izračun $k = \frac{17}{11}$ **.. 1 točka**
Druga možna koordinata $M(-\frac{73}{11})$ **.................................. 1 točka**

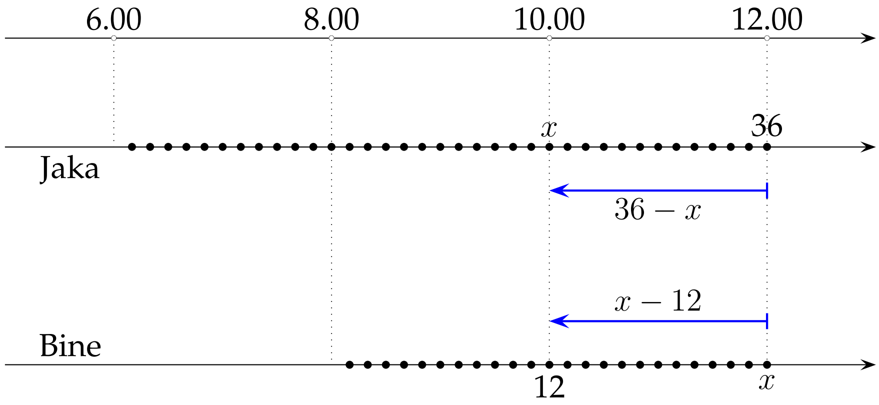
4. Kocka s stranico 6 dm ima prostornino 216 dm^3. Zagozdo sestavljata kvader (6 dm, 4 dm in 3 dm) s prostornino 72 dm^3 in tristrana prizma, ki ima za osnovno ploskev enakokrak trikotnik z osnovnico 3 dm in višino na osnovnico 2 dm. Višina tristrane prizme je 4 dm in njena prostornina meri $3 \cdot 2 \cdot \frac{4}{2} = 12$ dm^3. Prostornina zagozde je torej 84 dm^3, kar predstavlja $\frac{84}{216} = \frac{7}{18}$ kocke, delež odpadka je potem $\frac{11}{18}$. Zagozda je prizma z osnovno ploskvijo iz pravokotnika in enakokrakega trikotnika s skupno ploščino $6 \cdot 3 + \frac{3 \cdot 2}{2} = 21$ dm^2 in višino 4 dm. Obseg osnovne ploskve je $6 + 3 + 3 + 2a + 3$ cm, a dobimo s pomočjo Pitagorovega izreka in meri $\frac{5}{2}$ cm. Obseg osnovne ploskve je torej 20 cm. Površina prizme pa $2 \cdot 21 + 20 \cdot 4 = 122$ dm^2 $= 1.22$ m^2. Ker za 1 m^2 porabimo 0.1 l barve, ga za premaz skupno potrebujemo 0.122 l.



Prostornina kocke 216 **dm^3 .... 1 točka**
Izračun neznane stranice $a = \frac{5}{2}$ **dm .... 1 točka**
Izračunana prostornina zagozde 72 **dm^3** $+ 12$ **dm^3 .... (1 + 2) točke**
Izračunan delež odpadka $\frac{11}{18}$ **.. 2 točki**
Izračunana površina 122 **dm^2 .... 2 točki**
(V zadnjih treh alinejah točkovnika pripada po ena točka tekmovalcu, ki uporablja pravilen postopek računanja prostornine, deleža in površine, čeprav z napačnimi podatki.)

Rezultat: potrebujemo 0.122 l barve .... **1 točka**

5. Jaka je imel ob 12.00 posajenih 36 dreves, Bine pa x. Pred nekaj časa je imel Jaka x posajenih dreves, Bine pa $\frac{36}{3} = 12$. Ker sta v vmesnem času posadila vsak enako število dreves, lahko zapišemo enačbo: $36 - x = x - 12$. Rešitev te enačbe $x = 24$, torej je imel Bine ob 12.00 posajenih 24 dreves. Ker je za vsakega porabil 10 minut, je skupaj delal 240 minut ali štiri ure in je moral začeti s sajenjem ob 8.00.



Zapis števila posajenih dreves ob 12.00 (36, x) .... **1 točka**
Ugotovitev, da je v času, ko je imel Jaka x dreves, Bine imel 12 dreves .. **2 točki**
Upoštevanje, da sta v vmesnem času zasadila enako število dreves ..... **2 točki**
Zapis enačbe: $36 - x = x - 12$ .... **2 točki**
Rešitev $x = 24$ .... **1 točka**
Izračunan čas sajenja dreves 4 ure .... **1 točka**
Izračunan začetek sajenja 8.00 .... **1 točka**