

Rešitve za 8. razred

1.

$$\begin{array}{lll} \frac{c}{d} > \frac{c}{b} & \frac{a}{b} > \frac{d}{b} & \frac{c}{a} + \frac{d}{a} < \frac{c}{a} + \frac{b}{a} \\ \frac{a}{b} \cdot b > \frac{c}{b} : c & \frac{a}{d} \cdot \frac{b}{d} > 1 & \frac{a}{b} < \frac{a}{d} < \frac{a}{c} \\ a \cdot b > c \cdot d & b - c > a - d & \frac{a}{b} < \frac{b}{a} \end{array}$$

Vsak pravilno zapisan neenačaj prinaša eno točko.

2. Prva črpalka v eni uri napolni $\frac{1}{4}$ rezervoarja, druga pa $\frac{1}{6}$. Skupaj torej v eni uri napolnita $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$ rezervoarja. Tolikšen del je poln ob 9. uri. Nato do desetih dela samo prva in napolni še $\frac{1}{4}$, tako da je ob 10.00 rezervoar napolnjen do $\frac{2}{3}$. Ostane še $\frac{1}{3}$ rezervoarja, tega pa obe črpalki skupaj napolnita v $\frac{1}{3} : \frac{5}{12} = \frac{4}{5}$ ure ali v 48 minutah. Rezervoar bo torej poln ob 10.48.

Ugotovitev, da prva črpalka napolni v eni uri $\frac{1}{4}$, druga pa $\frac{1}{6}$ (1 + 1) točka
Izračun, da skupaj v eni uri napolnita $\frac{5}{12}$ rezervoarja. 2 točki
Izračun deleža vode po dveh urah: $\frac{5}{12} + \frac{1}{4} = \frac{2}{3}$ 2 točki
Ostank za polnjenje po dveh urah $\frac{1}{3}$ 1 točka
Izračunan čas, ki ga za polnjenje tretjine porabita obe črpalki $\frac{1}{3} : \frac{5}{12} = \frac{4}{5}$ ure. ... 2 točki
Odgovor: 10.48 1 točka

3.

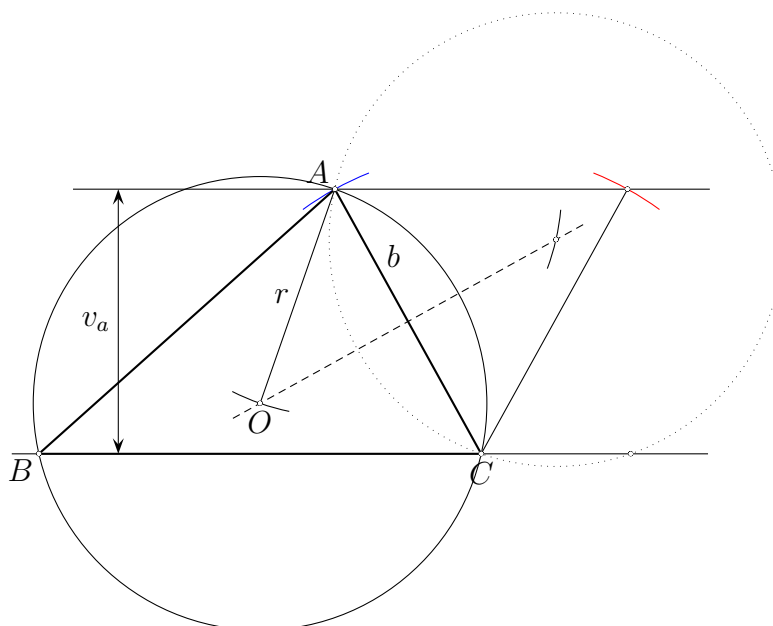
$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} \right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{6}} \right) = \\ & = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{2} \right) - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{2\sqrt{6}}{6} \right) = \\ & = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{6}}{6} + \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{6} + \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{2\sqrt{6}}{6} = \\ & = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12} = 1\frac{1}{12} \end{aligned}$$

Pravilno racionalizirani različni ulomki. 4 točke
Množenje (kvadriranje) prvega dela. 4 točke
Odštevanje. 1 točka
Rezultat: $\frac{13}{12}$ 1 točka

Opomba: Možna je tudi rešitev brez racionalizacije, v tem primeru dobijo tekmovalci:

Pravilno izračunan kvadrat tročlenika: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{2}{\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$ 6 točk
 Odštevanje (odprava oklepaja). 2 točki
 Rezultat: $\frac{13}{12}$ 2 točki

4. Najprej načrtamo nosilko stranice CB in na njej označimo oglišče C . Narišemo njeno vzporednico na razdalji 3.5 cm in s pomočjo šestila z lokom dolžine 4 cm in središčem v C na vzporednici določimo oglišče A . Nato narišemo simetralo stranice AC in določimo središče očrtane krožnice na simetrali z oddaljenostjo 3 cm od A in C . Narišemo očrtano krožnico. Oglišče B leži v enem od presečišč krožnice in nosilke stranice CB . Izberemo ga tako, da bo trikotnik ostrokoten.



Narisana skica z vsemi podatki. 1 točka
 Narisana nosilka stranice in vzporednica. 1 točka
 Določitev točk A in C 2 točki
 Načrtano središče očrtane krožnice. 1 točka
 Oglišče B in narisani ostrokotni trikotnik. 1 točka
 Opis konstrukcije. 4 točke

5. Naj bo količina tekočine v tretji posodi x litrov, potem je v prvi posodi $2.5x$ litrov in v drugi $(20 - x - 2.5x) = 20 - 3.5x$ litrov tekočine. Čistega soka v končni mešanici je 22%, $0.22 \cdot 20 = 4.4$ litra. V prvi posodi imamo $0.3 \cdot 2.5x = 0.75x$ litra soka, v drugi posodi $0.1(20 - 3.5x) = 2 - 0.35x$ litra in v tretji $0.4x$ litra soka. Če vse troje seštejemo je čistega soka v vseh treh posodah $0.75x + 2 - 0.35x + 0.4x = 2 + 0.8x$ litra. Ker mora biti soka v mešanici 4.4 litra, je $0.8x = 2.4$ litra in $x = 3$ litre. Tretja posoda torej vsebuje 3 litre, prva 7.5 litra in druga 9.5 litra tekočine.

Izračun končne količine soka v mešanici $0.22 \cdot 20 = 4.4$ litra. 2 točki
 Zapis količine tekočine v prvi in zadnji posodi, $2.5x$; x 1 točka

Izražena količina v tretji posodi $20 - 3.5x$1 točka
Zapis deležev soka v posameznih posodah $0.75x, 2 - 0.35x, 0.4x$. 2 točki (1 točka za dva pravilna odgovora)
Skupni delež soka $2 + 0.8x$1 točka
Izračunana količina soka v zadnji posodi $0.8x = 2.4$ litra in $x = 3$ litre.2 točki
Odgovor: 3, 7.5 in 9.5 litra.1 točka