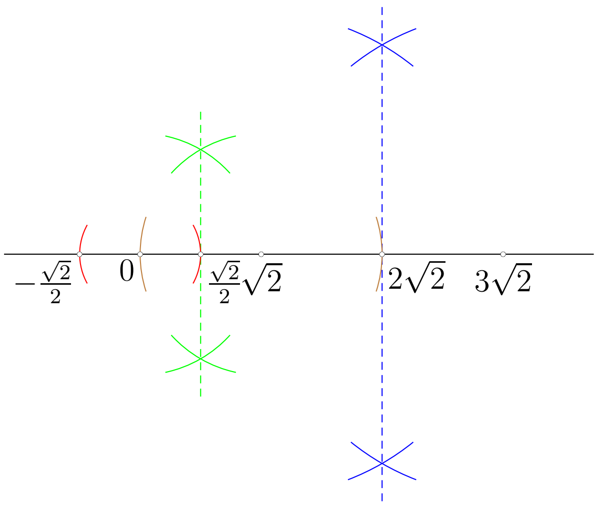
Rešitve za 9. razred

1. Število $\sqrt{18}$ lahko zapišemo kot $3\sqrt{2}$, kar pomeni, da je razdalja med narisanima točkama $2\sqrt{2}$. Če to razdaljo razpolovimo in jo s šestilom prenesemo levo od $\sqrt{2}$, dobimo točko, ki predstavlja število 0. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ z racionaliziranjem zapišemo kot $-\frac{\sqrt{2}}{2}$, pomeni, da razpolovimo razdaljo med 0 in $\sqrt{2}$ in jo s šestilom prenesemo levo od točke, ki predstavlja število 0.



Zapis $\sqrt{18}$ v obliki $3\sqrt{2}$. .... **1 točka**
Razpolovitev daljice med $\sqrt{2}$ in $\sqrt{18}$. .... **1 točka**
Prenos polovice razdalje levo od $\sqrt{2}$ in označeno število 0. .... **1 točka**
Opisan postopek za načrtovanje prvega števila. .... **2 točki**
Zapis $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ v obliki $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. .... **1 točka**
Razpolovitev daljice med 0 in $\sqrt{2}$. .... **1 točka**
Natančno prenesena razdalja in narisano število $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. .... **1 točka**
Opisan postopek za načrtovanje drugega števila. .... **2 točki**

Opomba: Konstrukcija mora biti izvedena s šestilom in ravnilom. Zapis $\sqrt{2}$ v obliki približka in merjenje ne prinaša točk.

2. Večje število označimo z a, manjše pa z b, tako velja $a^2 - b^2 = 167(a-b)$, $(a-b)(a+b) = 167(a-b)$, iz česar sledi $a + b = 167$. Ostanek pri deljenju števil je 15, $a = k \cdot b + 15$. $k \cdot b + 15 + b = 167$. $b(k + 1) = 152$. Število b mora deliti 152, hkrati pa mora biti večje od 15. Zapišemo 152 kot produkt prafaktorjev: $152 = 2^3 \cdot 19$. b je torej lahko $19, 38, 76$ ali 152, a pa je $148, 129, 91$ in 15. Zadnja rešitev ne pride v poštev, ker mora biti a večji od b, da bo razlika kvadratov večja od razlike teh števil.

Zapis zveze $a^2 - b^2 = 167(a - b)$. .... **1 točka**
Razcep razlike kvadratov in ugotovitev $a + b = 167$. .... **2 točki**
Zapis zveze med a in b z ostankom pri deljenju $a = k \cdot b + 15$. .... **1 točka**
Dobljena enačba $b(k + 1) = 152$. .... **1 točka**

Ugotovitev, da mora b deliti 152. .... **1 točka**
Razcep 152 na prafaktorje. .... **1 točka**
Zapis vse možnosti za b. .... **1 točka**
Izločitev števil manjših od 15 in večjih od $\frac{167}{2}$. .... **1 točka**
Rešitve: $(91,76)$, $(129,38)$ in $(148,19)$. .... **1 točka**

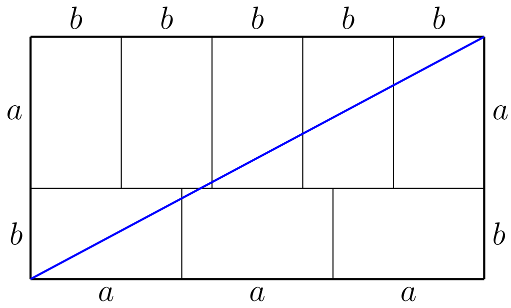
3. Zabojnik se napolni v 5 urah, kar pomeni, da je ob 12. uri v zabojniku ena petina vode in je suhe $\frac{4}{5}$ jeklene vrvi. Ta jeklenica potem meri 8.5 m. Dolžino jeklene vrvi lahko izračunamo s pomočjo Pitagorovega izreka $8.5^2 = v^2 + d^2$, kjer je v višina zabojnika in d diagonala osnovne ploskve. $d = \frac{1}{2}\sqrt{12^2+9^2} = 7.5$ m. Višina zabojnika potemtakem meri 4 m. Vsako uro priteče v zabojnik $\frac{1}{5}$ njegove prostornine, ta pa znaša $V = 12 \cdot 9 \cdot 4\ \text{m}^3 = 432\ \text{m}^3$. Hitrost pritekanja vode je $86.4\frac{m^3}{h}$.

Ugotovitev ali upoštevanje, da se v 1 uri napolni $\frac{1}{5}$ zabojnika. .... **1 točka**
Izračunana dolžina jeklene vrvi 8.5 m. .... **2 točki**
Izračunana diagonala osnovne ploskve 15 m .... **2 točki**
Izračunana višina zabojnika 4 m. .... **2 točki**
Izračunana prostornina 432 m^3. .... **2 točki**
Odgovor: Hitrost pritekanja vode je $86.4\frac{m^3}{h}$. .... **1 točka**

4. Število miz označimo z m, število jabolk na eni mizi pa z j. Skupno število jabolk je $m \cdot j$. Če dodamo 5 miz, se zmanjša število jabolk na mizi za 6, skupno število le-teh je sedaj $(m+5)(j-6)$. Če dodamo še 5 novih miz in zmanjšamo število jabolk v košari za 4, dobimo skupaj $(m+10)(j-10)$ jabolk. Iz enačbe $m \cdot j = (m+5)(j-6)$ sledi zveza $j = \frac{6m+30}{5}$. Če to zvezo uporabimo v enačbi $m \cdot j = (m+10)(j-10)$, pridemo do rešitve sistema enačb: $m = 20$ in $j = 30$. V restavraciji imajo na voljo $20 \cdot 30 = 600$ jabolk.

Zapis števila jabolk v vseh treh primerih,
npr. $m \cdot j$, $(m+5)(j-6)$, $(m+10)(m-10)$. .... **(1 + 1 + 1) točka**
Zapisana ena od enačb, npr. $m \cdot j = (m+5)(j-6)$. .... **1 točka**
Izpeljana zveza med neznankama, npr. $j = \frac{6m+30}{5}$. .... **2 točki**
Zamenjava neznanke v drugi enačbi. .... **1 točka**
Rešitvi sistema: $j = 30$, $m = 20$. .... **(1 + 1) točka**
Odgovor: 600 jabolk. .... **1 točka**

5. Stranici enega od osmih skladnih pravokotnikov označimo z a (daljšo) in b. $3a = 5b$. Sestavljen večji pravokotnik ima stranici dolgi $3a$ in $a+b$. Diagonalo dobimo kot $d = \sqrt{(3a)^2 + (a+b)^2}$. Z upoštevanjem $b = \frac{3a}{5}$, dobimo $d = \sqrt{\frac{289a^2}{25}} = \frac{17a}{5}$. $a = 5 \cdot \frac{136}{17} = 40$ cm, $b = 24$ cm. Ploščina enega od malih pravokotnikov meri $a \cdot b = 960$ cm^2.



Zapis zveze med stranicama manjšega pravokotnika $3a = 5b$**. .... 2 točki**
Zapis ali upoštevanje stranic večjega pravokotnika: $3a$**,** $a + b$**. .... 2 točki**
Izračun diagonale s Pitagorovim izrekom $\frac{17a}{5}$**. .... 2 točki**
Izračunana ena od stranic, npr. $a = 40$ **cm. .... 2 točki**
Izračunana druga stranica $b = 24$ **cm. .... 1 točka**
Izračunana ploščina 960 **cm**^{2}**. .... 1 točka**