Rešitve za 8. razred

V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkroženi nepravilni odgovor pol točke odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu prizna začetne 4 točke.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
C	E	C	D	C	C	B	A

Utemeljitve:

A1. Računajmo: $2^{30} + 2^{30} + 2^{30} + 2^{30} = 4 \cdot 2^{30} = 2^2 \cdot 2^{30} = 2^{32} = (2^4)^8 = 16^8$

A2. Z zrcaljenjem števila a čez njegovo nasprotno vrednost dobimo $-3a$, $-3a = \frac{1}{5}$, torej smo zrcalili število $-\frac{1}{15}$.

A3. Lik je sestavljen iz dveh pravokotnih trikotnikov s ploščinama $\frac{9 \cdot 7}{2}$ cm^2 in $\frac{3 \cdot 11}{2}$ cm^2, skupaj torej 48 cm^2.

A4. Število $1000^{2011} = (10^3)^{2011} = 10^{6033}$, ki ga zapišemo s števko 1 in 6033 ničlami, ima torej 6034 števk.

A5. Vsota dolžin krajših stranic mora biti daljša od tretje: $a + (a+1) > a + 2$ ali $a > 1$.

A6. Prvotni šestkotnik je sestavljen iz 6 skladnih enakostraničnih trikotnikov, v novonastalem šestkotniku pa je takih enakostraničnih trikotnikov 10. Ploščina je torej $\frac{10}{6} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$ krat večja.

A7. Na 10 dag sladkorja pride $\frac{3}{4}$: 4 kg $= \frac{3}{16}$ kg moke. Za 60 dag sladkorja, potrebujemo $6 \cdot \frac{3}{16} = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$ kg moke.

A8. Vsota kotov $\alpha + \beta + \delta = \frac{13}{5}\gamma$, $\alpha + \beta + \delta + \gamma = 360°$ ali $\frac{18}{5}\gamma = 360°$, γ potem meri $100°$, δ pa $80°$. α in β skupaj merita tudi $180°$ in ker je β 80% kota α, meri α $100°$, β pa $80°$. Po dva nasprotna kota sta skladna in štirikotnik je paralelogram.

B1.

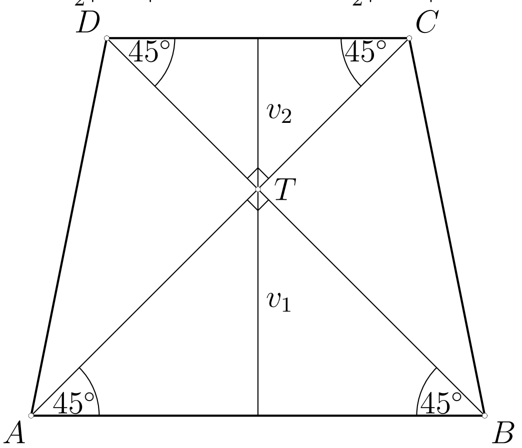
$$\sqrt{256}\cdot\left(\frac{(1-\frac{1}{3})^2-(\frac{1}{3}-1)^3}{(\frac{1}{3})^2+(\frac{1}{3})^3}\right)^3+\sqrt{(3^2+\sqrt{4})\cdot 11}=$$

$$=16\cdot\left(\frac{(\frac{2}{3})^2-(-\frac{2}{3})^3}{\frac{1}{9}+\frac{1}{27}}\right)^3+\sqrt{(9+2)\cdot 11}=$$

$$=16\cdot\left(\frac{\frac{4}{9}-(-\frac{8}{27})}{\frac{4}{27}}\right)^3+\sqrt{11\cdot 11}=16\cdot\left(\frac{\frac{20}{27}}{\frac{4}{27}}\right)^3+11=16\cdot 5^3+11=16\cdot 125+11=2011$$

Izračunan števec ulomka v oklepaju $\frac{20}{27}$ **.................................. 1 točka**
Izračunan imenovalec ulomka v oklepaju $\frac{4}{27}$ **........................... 1 točka**
Vrednost ulomka v oklepaju 5 **.. 1 točka**
$\sqrt{(3^2+\sqrt{4})\cdot 11}=11$ **... 1 točka**
$\sqrt{256}\cdot 5^3=2000$ **... 1 točka**
Rezultat: 2011 **.. 1 točka**

B2. Višina trapeza je enaka vsoti višin v trikotnikih ABT in CDT, kjer je T presečišče diagonal. Ker je trapez enakokrak, sta tudi trikotnika ABT in CDT enakokraka, tako je $|AT|=|BT|$ in $|DT|=|CT|$. Zato merijo koti BAC, ABD, BDC in DCA vsi po $45°$. $v_1=\frac{1}{2}|AB|=3$ cm, $v_2=\frac{1}{2}|DC|=2$ cm. Višina meri 5 cm.



Skica enakokrakega trapeza z narisano višino in pravokotnima diagonalama . 1 točka
Ugotovitev, da lahko višino izračunamo kot vsoto dveh višin v trikotnikih ..... 1 točka
Ugotovitev, da sta oba trikotnika enakokraka in pravokotna .... 1 točka
Izračun višine v_1 **kot polovice stranice** $|AB|$**,** $v_1=3$ **cm .... 1 točka**
Izračun višine v_2 **kot polovice stranice** $|DC|$**,** $v_2=2$ **cm .... 1 točka**
Rezultat: Višina trapeza meri 5 **cm .... 1 točka**

B3. Med 20% brezposelnih prebivalcev jih 20% najde zaposlitev, kar pomeni, da se na novo zaposli $20\%\cdot 20\%=4\%$ vseh prebivalcev mesta. Med zaposlenimi pa službo izgubi 20% ljudi, zaposlitev obdrži 80% zaposlenih, kar pomeni $80\%\cdot 80\%=64\%$ vseh prebivalcev. Skupaj je po spremembi zaposlenih $4\% + 64\% = 68\%$ vseh prebivalcev mesta.

Izračunan odstotek prebivalcev, ki pridobijo službo 4% **.................... 2 točki**
Ugotovitev, da 80% **zaposlenih službo obdrži .... 1 točka**
Izračunan odstotek prebivalcev, ki službo ohranijo 64% **.................. 2 točki**
Rezultat: 68% **.. 1 točka**