

## Rešitve za 9. razred

V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkroženi nepravilni odgovor pol točke odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu prizna začetne 4 točke.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
E	C	C	D	A	B	B	D

*Utemeljitev:*

- A1.** V prvi posodi s prostornino  $x$  je  $\frac{x}{3}$  sirupa in  $\frac{2x}{3}$  vode, v drugi posodi je  $\frac{x}{5}$  sirupa in  $\frac{4x}{5}$  vode, v mešanici bo torej  $\frac{x}{3} + \frac{x}{5} = \frac{8x}{15}$  sirupa, vode pa bo  $2x - \frac{8x}{15} = \frac{22x}{15}$ . Razmerje količine vode in sirupa je torej  $22 : 8 = 11 : 4$ .
- A2.** Smerna koeficienta danih premic sta  $-2$  in  $\frac{1}{2}$ , kar pomeni, da sta premici pravokotni.
- A3.** Vsota vseh doseženih točk na testu znaša  $25 \cdot 72 = 1800$  točk. Ta vsota se popravi za 50 točk in znaša 1850. Povprečje doseženih točk pa je  $1850 : 25 = 74$ .
- A4.**  $(x+2)(x-2) = x^2 - 4 = 21$ , torej je  $x^2 = 25$ .  $(x^2-2x)(x^2+2x) = x^4 - 4x^2 = 25^2 - 4 \cdot 25 = 525$ .
- A5.** Ploščina kvadrata meri  $a^2$ , očrtani krog pa ima za polmer polovico diagonale kvadrata  $a\sqrt{2}$  in meri njegova ploščina  $\pi\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \pi\frac{a^2}{2}$ . Razmerje ploščin je torej  $1 : \frac{\pi}{2}$  ali  $2 : \pi$ .
- A6.** Enačbo reši število 2009:  $\frac{2011^2 - 2009^2}{2009 + 1} = \frac{(2011 - 2009)(2011 + 2009)}{2010} = \frac{2 \cdot 4020}{2010} = 4$ .
- A7.** Črka  $G$  je 8. po vrsti v slovenski abecedi, črka  $N$  pa 15. Razlika med njunima prirejenima številoma je 14, med njunima pozicijama pa 7, kar pomeni, da vsaki naslednji črki v abecedi pripada za 2 večja šifra. Ker je črka  $K$  dvanajsta, ji pripada število, ki je za  $4 \cdot 2 = 8$  večje od števila, ki pripada  $G$ , to število je 21.
- A8.** Trikotnik je pravokoten ( $33^2 + 56^2 = 65^2$ ), tako meri polmer očrtanega kroga polovico hipotenuze ali  $\frac{65}{2} = 32.5$  cm.

- B1.** Kupil je  $x$  kart po 0.25 EUR in  $y$  kart po 0.15 EUR. Torej  $25x + 15y = 420$ . Po krajšanju lahko zapišemo  $5x + 3y = 84$ .  $x$  deli  $y$  in je torej  $y = kx$ .  $k$ ,  $x$  in  $y$  so naravna števila. V enačbi lahko  $x$  izpostavimo in dobimo  $x(5 + 3k) = 84$ .  $x$  deli število 84, hkrati pa mora biti manjši od 11, saj je drugo število  $5 + 3k$  vsaj 8.  $x$  bi bil lahko torej 1, 2, 3, 4, 6 ali 7. Vrednosti  $5 + 3k$  pa bi bile potem 84, 42, 28, 21, 14 in 12. Iz tega sledi  $3k$  je lahko 79, 37, 16, 9, 7. Ker je  $k$  naravno število, pride v poštev samo rezultat  $3k = 9$ ,  $k = 3$ ,  $x = 6$  in  $y = 18$ . Kupil je 6 kart po 0.25 EUR in 18 kart po 0.15 EUR.

**Zapis zveze med cenami kupljenih kart, npr.  $0.25x + 0.15y = 4.2$  ..... 1 točka**

**Ureditev:  $25x + 15y = 420$  ..... 1 točka**

**Ugotovljene možne vrednosti za število dražjih kart\* ..... 1 točka**

**Izračun možnih vrednosti števila cenejših kart ..... 1 točka**

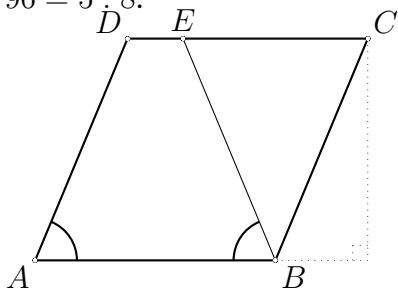
**Izločitev vseh neustreznih možnosti**

**(kjer število kart ni naravno ali  $x$  ne deli  $y$ ) ..... 1 točka**

**Odgovor: Kupil je 6 kart po 0.25 EUR in 18 kart po 0.15 EUR ..... 1 točka**

**\*Opomba: Tekmovalec lahko rešuje enačbo  $25x + 15y = 420$  s poskušanjem in vstavljanjem zaporednih naravnih števil, vendar, če pri tem ne preveri vseh smiselnih možnosti in se zadovolji s prvo dobljeno rešitvijo, lahko dobi največ tri točke.**

- B2.** Daljica  $BE$  razdeli romb na enakokrak trapez in enakokrak trikotnik. Trikotniku  $ECB$  lahko izračunamo stranico s pomočjo Pitagorovega izreka in meri 10 cm, ploščina tega trikotnika je potem  $\frac{10 \cdot 12}{2} = 60 \text{ cm}^2$ . Trapez ima osnovnici dolgi 13 cm in 3 cm. Ploščino trapeza izračunamo po enačbi:  $\frac{(|AB| + |CE|) \cdot v}{2} = 96 \text{ cm}^2$ . Razmerje ploščin je potem  $60 : 96 = 5 : 8$ .



**Skica romba z vrisano daljico  $BE$  ..... 1 točka**

**Ugotovitev, da je trikotnik  $CEB$  enakokrak ..... 1 točka**

**Izračun osnovnice trikotnika  $|EC| = 10 \text{ cm}$  ..... 1 točka**

**Izračunana ploščina trikotnika  $CEB$ ,  $60 \text{ cm}^2$ . ..... 1 točka**

**Izračunana ploščina trapeza  $ABED$ ,  $96 \text{ cm}^2$  ..... 1 točka**

**Odgovor: Razmerje ploščin je  $5 : 8$  ..... 1 točka**

- B3.** Recimo da je imel graščak na začetku  $x$  goldinarjev, po prvem prehodu je imel potem  $2x - 24$ , po drugem prehodu  $2(2x - 24) - 24$  in po tretjem prehodu  $2(2(2x - 24) - 24) - 24$ . Na koncu nima več denarja, zato velja enačba  $2(2(2x - 24) - 24) - 24 = 0$ . Rešitev enačbe  $x = 21$ , na začetku je imel graščak 21 goldinarjev.

**Zapis spremembe števila goldinarjev ob vsakem prehodu mostu  $2x - 24$  . 1 točka**

**Zapis enačbe po treh prehodih:  $2(2(2x - 24) - 24) - 24 = 0$  ..... 2 točki**

**Poenostavitev enačbe, npr.  $8x-168 = 0$  ali vsakokratno deljenje z 2 in dobljena enačba  $2x-12 = 9$  .....2 točki**  
**Rezultat in odgovor: 21 goldinarjev ..... 1 točka**

**Opomba: Tekmovalec lahko reši nalogo tudi brez enačbe. Izračuna, da je imel pred tretjim prehodom 12 goldinarjev, pred drugim 18 goldinarjev in na začetku 21 goldinarjev. Tako dobi vse točke.**

**Samo z ugibanjem, brez utemeljitve, pa dobi največ dve točki.**